УДК 517.977.13

О. В. НИЖНИК, Д. М. НЕЛЮБА,
Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

РОЗВ'ЯЗУВАЛЬНЕ УПРАВЛІННЯ БАГАТОВИМІРНИМИ СИСТЕМАМИ

Розглянуто можливість застосування розв'язувального управління багатовимірними системами за допомогою залежних і незалежних розв'язувальних мереж.

Ключові слова: багатовимірні системи; розв'язувальні мережі; матриця передатних функцій; система управління.

Вступ

У теорії автоматичного управління процеси, що мають тільки один керований вхід і один вихід класифікуються як ***системи з одним входом*** і ***одним виходом*** (*Single-Input Single-Output* — SISO). Проте більшість реальних процесів не відповідають такій простій моделі управління. Системи з більш ніж одним контуром управління відомі як ***системи з кількома входами*** і ***кількома виходами*** (*Multi-Input Multi-Output* — MIMO), або ***багатовимірні системи***.

У загальному випадку кожний вхід системи впливає на кожний її вихід. Тому для того, щоб кілька контурів управління успішно функціонували, кожний контур повинен мати інформацію про роботу решти контурів. В іншому випадку при спробі досягнення своїх відповідних цілей контури можуть протидіяти один одному. Це явище відоме як ***перехресні зв'язки***.

Неврахування перехресних зв'язків при розробці системи управління може призвести до нестабільності системи. Розглянемо порівняно простий підхід до компенсації перехресних зв'язків: створення за допомогою розв'язувальних мереж багатовимірних стратегій управління, спрямованих на усунення взаємодії між контурами управління.

Концепції

Популярний підхід до розв'язання проблеми зв'язності контурів управління полягає у створенні незв'язних або розв'язаних схем управління. Завдання при цьому — повністю усунути ефект зв'язності контурів, що досягається визначенням компенсаційних мереж, відомих як ***розв'язувальні системи*** (рис. 1). По суті, роль розв'язувальних систем зводиться до розкладання багатовимірного процесу на серію незалежних одноконтурних підсистем. Якщо цього буде досягнуто, то матимемо повну, або ідеальну, розв'язку, і, отже, багатовимірний процес може бути керований за допомогою незалежних контурів управління.

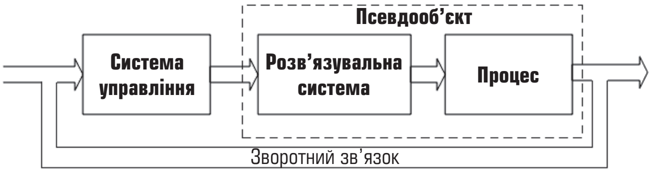

Рис. 1. Загальна структура розв'язувальної системи управління

Як і в разі подання входів-виходів багатовимірних процесів, подання розв'язувальних пристроїв може мати різну структуру, набираючи, наприклад, вигляду P- або V-подання, хоча P-подання більш поширене.

Розв'язувальна мережа Боксенбома і Гуда

Структуру розв'язувальної мережі Боксенбома і Гуда [2] унаочнює рис. 2.

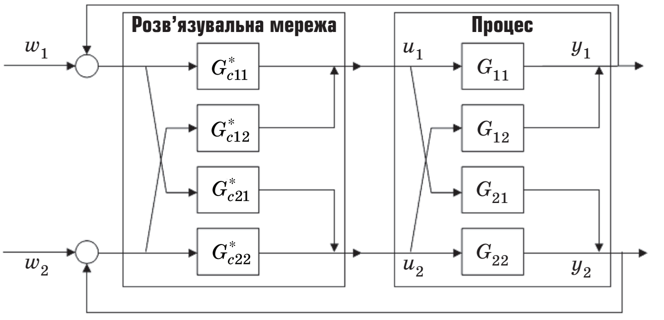

Рис. 2. Розв'язувальна система управління Боксенбома і Гуда

Нехай G_c^* — матриця елементів розв'язки, а G — матриця передатних функцій процесу:

$$G_c^* = \begin{bmatrix} G^*_{c11} & G^*_{c12} \\ G^*_{c21} & G^*_{c22} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

а $Y = [y_1, y_2]^T$ і $U = [u_1, u_2]^T$ — вектор відповідно виходу і керованого входу.

Уводячи вектор $W = [w_1, w_2]^T$ заданих значень або опорних сигналів, дістаємо таке рівняння:

$$Y = GG_c^*(W - Y), \quad (3)$$

з якого знаходимо вираз для замкненого контуру:

$$Y = \left[I + GG_c^*\right]^{-1} GG_c^* W. \quad (4)$$

Для того щоб окремі контури замкненої системи були незалежні один від одного, необхідне виконання умови

$$X = \left[I + GG_c^*\right]^{-1} GG_c^* = \mathrm{diag}\left[x_1, x_2\right], \quad (5)$$

тобто матриця X має бути діагональна. А оскільки сума і добуток двох діагональних матриць — матриця діагональна і матриця, обернена до діагональної, також діагональна, то виконання умови (5) забезпечується, якщо GG_c^* — діагональна матриця, тобто

$$GG_c^* = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G^*_{c11} & G^*_{c12} \\ G^*_{c21} & G^*_{c22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

або

$$\begin{bmatrix} G_{11}G^*_{c11}+G_{12}G^*_{c21} & G_{11}G^*_{c12}+G_{12}G^*_{c22} \\ G_{21}G^*_{c11}+G_{22}G^*_{c21} & G_{21}G^*_{c12}+G_{22}G^*_{c22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Прирівнюючи відповідні елементи матриць, дістаємо систему чотирьох рівнянь:

$$q_1 = G_{11}G^*_{c11}+G_{12}G^*_{c21}, \quad (8)$$

$$0 = G_{11}G^*_{c12}+G_{12}G^*_{c22}, \quad (9)$$

$$0 = G_{21}G^*_{c11}+G_{22}G^*_{c21}, \quad (10)$$

$$q_2 = G_{21}G^*_{c12}+G_{22}G^*_{c22}. \quad (11)$$

Розв'язуючи цю систему рівнянь, знаходимо:

$$G^*_{c12} = \frac{-G_{12}G^*_{c22}}{G_{11}}, \quad (12)$$

$$G^*_{c21} = \frac{-G_{21}G^*_{c11}}{G_{22}}. \quad (13)$$

Нехай, наприклад, роль прямих розв'язувальних елементів G^*_{c11} і G^*_{c22} відіграють ПІ-регулятори. Тоді, знаючи передатні функції процесу, можна повністю визначити розв'язувальну мережу.

Така методика синтезу потребує знання матриці передатних функцій процесу G і підкреслює корисність подання процесу в Р-канонічній формі, оскільки відповідні передатні функції можуть бути отримані експериментально.

Утім за наявності збурень у системі ця методика потребує іншого підходу. Якщо прямі елементи компенсації G^*_{c11} і G^*_{c22} підстроюються автоматично під час роботи, то недіагональні елементи також мають бути перераховані. Хоча це не становить серйозної проблеми при реалізації розв'язувальної системи за допомогою мікропроцесорів, усе ж взаємозалежність елементів розв'язки стає важливим недоліком, коли один із контурів керується вручну. Тоді ефект розв'язування буде втрачений.

Метод Залкінда і Любена

Попереднє обговорення підкреслює необхідність незалежності мережі розв'язки від регуляторів контурів. Один із методів, що забезпечують таку незалежність, є метод Залкінда і Любена (рис. 3) [4; 9].

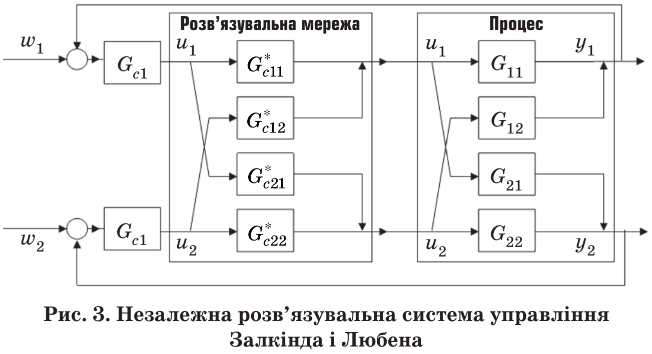

Рис. 3. Незалежна розв'язувальна система управління Залкінда і Любена

Тут, окрім розв'язувальної мережі присутні два додаткові блоки, які являють собою регулятори прямих каналів. На відміну від попередньої методики, розв'язувальні пристрої формують вторинні блоки посткомпенсації, дозволяючи більшу гнучкість у реалізації та введенні в експлуатацію невзаємодійної схеми управління.

Позначимо матрицю управління прямих каналів як G_c з виходом u, а вихід розв'язувальної мережі — як u^*. Систему описують такі співвідношення:

$$Y = GG^*_cU = GG^*_cG_c(W-Y). \quad (14)$$

Мета розв'язування — штучне створення ситуації, коли регулятори прямих каналів «зважатимуть», що вони управляють двома незалежними контурами. Оскільки G_c — діагональна матриця, то мети буде досягнуто за умови

$$X = GG^*_c = \mathrm{diag}[x_1, x_2]. \quad (15)$$

Звідси маємо

$$G^*_c = G^{-1}X = \begin{bmatrix} G_{22}x_1 & -G_{12}x_2 \\ -G_{21}x_1 & G_{11}x_2 \end{bmatrix} \frac{1}{\det(G)}. \quad (16)$$

Найпростіша форма цієї матриці — матриця з одиничною діагоналлю, тобто коли

$$G^*_{c11} = G^*_{c22} = 1. \quad (17)$$

Тоді недіагональні елементи подаються так:

$$G^*_{c12} = -\frac{G_{12}}{G_{11}}, \quad (18)$$

$$G^*_{c21} = -\frac{G_{21}}{G_{22}}. \quad (19)$$

Ці рівняння показують, що за такої методики елементи розв'язування не залежать від регуляторів прямих каналів. Переналаштування регуляторів не вимагає переналаштування елементів розв'язування. Більш того, регулятори можуть бути змінені, скажімо, з ПІ на ПІД або взагалі на ручне керування без втрати розв'язування системи. Зазначимо також, що розв'язування відбувається між сигналами управління прямими каналами і виходами процесу, а не між сигналами задання і виходами процесу. Проте цей метод, як і попередній, передбачає, що матриця передатних функцій процесу відома.

Зауваження щодо реалізації

Теорія розв'язування базується на припущенні про лінійність процесів і можливості досягнення точного скорочення динаміки чисельника і знаменника. Це виключає застосування її до систем із не мінімально фазовою поведінкою, тобто систем із нестійкими нулями. Оскільки процедура скорочення переводить нулі в полюси, то вона може призвести до нестійких елементів розв'язування. Аналогічна проблема постає в разі використання помилкової моделі процесу. Скорочення буде неповне і може призвести до нестійких полюсів замкненої системи. Навіть якщо доступна точна модель процесу, динаміка високого порядку може зробити реалізацію занадто складною.

Більш специфічна проблема реалізації стосується часових затримок, пов'язаних з елементами матриці передатних функцій процесу [6; 8]. Нехай виконуються такі рівності:

$$G_{12} = \frac{K_{12} e^{-\theta_{12}}}{1+\tau_{12}s}, \quad (20)$$

$$G_{11} = \frac{K_{11} e^{-\theta_{11}}}{1+\tau_{11}s}, \quad (21)$$

де θ_{ij} і τ_{ij} — відповідно час запізнення та стала часу.

Тоді

$$G^{*}_{c12} = -\frac{G_{12}}{G_{11}} = -\frac{K_{12}(1+\tau_{11}s)}{K_{11}(1+\tau_{12}s)} \cdot e^{(\theta_{11}-\theta_{12})}. \quad (22)$$

Якщо $\theta_{11} > \theta_{12}$, то аргумент експоненти буде додатний, а це означає, що для реалізації необхідні майбутні значення змінних процесу.

Через зазначені труднощі ідеальні розв'язувальні пристрої рідко використовуються. У багатьох випадках застосування інженерного підходу забезпечує незрівнянно кращі результати, ніж ті, які вдається отримати за допомогою більш строгих підходів ідеального розв'язування.

Що ж до часу затримки, то перше наближення може дозволити знехтувати відповідними ефектами розрахунку елементів розв'язування. Проблему динаміки високого порядку також можна спростити проектуванням розв'язувальної мережі на базі редукованої моделі процесу нижчого порядку. Частинне розв'язування може бути використане, якщо вплив одного з членів зв'язку вважається незначним. Більш різке спрощення ігнорує динаміку і повністю покладається на статичні розв'язувальні ланки. При цьому передатні функції процесу G_{ij} апроксимуються коефіцієнтами підсилення K_{ij}, що, у свою чергу, усуває проблему не мінімально фазової поведінки [3–5; 7].

Висновки

Застосування розв'язувальних мереж для забезпечення незв'язного багатовимірного управління дозволяє здійснювати керування складними реальними багатовимірними системами без урахування внутрішніх перехресних зв'язків. Хоча синтез розв'язувальних мереж стикається з деякими труднощами, усе ж, як показала практика, низка спрощень у моделі об'єкта керування дозволяє отримати високі якісні характеристики перехідних процесів і уникнути деяких проблем, аналітичне розв'язання яких є неможливе.

Література

1. **Tham, M. T.** *Multivariable control: an introduction to decoupling control. An Introduction to Decoupling Control / M. T. Tham.— MTT, July 1999.*

2. **Boksenbom, A. S.** *General algebraic method applied to control analysis of complex engine types / A. S. Boksenbom, R. Hood //Report NCA-TR-980, National Advisory Committee for Aeronautics.— Washington, D. C, 1949.*

3. **Fagervik, K. C.** *One way and two way decoupling in distillation: Proc. 31st Canadian Chemical Engineering Conference / K. C. Fagervik, K. V. T. Waller, L. G. Hammarstrom.— Montreal, 1981.*

4. **Luyben, W. L.** *Distillation decoupling / W. L. Luyben // AIChE Journal.— 1970.— Vol. 16.*

5. **McAvoy, T. J.** *Steady-state decoupling of distillation columns / T. J. McAvoy // Ind. Eng. Chem. Fundamentals.— 1979.— Vol. 18, No. 3.*

6. **Niederlinski, A.** *Two variable distillation control: decouple or not decouple / A. Niederlinski // AIChE Journal.— 1971.— Vol. 17, No. 5.*

7. **Shinskey, F. G.** *The stability of interaction control loops with and without decoupling: Proc. IFAC Conf. Multivariable Technological Systems / F. G. Shinskey.— New Brunswick, Canada, 1977, July.*

8. **Waller, K. V. T.** *Decoupling in distillation / K. V. T. Waller // AIChE Journal.— 1974.— Vol. 20, No. 3.*

9. **Zalkind, C. S.** *Practical approach to non-interacting control. Parts I and II / C. S. Zalkind // Inst. Cont. Systems.— 1967.— Vol. 40, No. 3 and No. 4.*

Рецензент: доктор техн. наук, професор В. А. Краснобаєв, ПолтНТУ імені Юрія Кондратюка.

О. В. Нижник, Д. Н. Нелюба

РАЗВЯЗАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ МНОГОМЕРНЫМИ СИСТЕМАМИ

Рассмотрена возможность применения развязанного управления многомерными системами при помощи зависимых и независимых развязывающих сетей.

Ключевые слова: многомерные системы; развязывающие сети; матрица передаточных функций; система управления.

O. V. Nyznyk, D. M. Neliuba

DECOUPLING CONTROL OF MULTIVARIABLE SYSTEMS

The article considers decoupled control of multivariable systems possibility by using dependent and independent decoupling networks.

Keywords: multivariable systems; decoupling network; transfer functions matrix; control system.