

УДК 62-55:681.515

О. В. НЕВДАЧИНА, О. Н. ТКАЛЕНКО, А. П. ПОЛОНЕВИЧ, А. С. АРТЮЩИК,

кандидаты техн. наук, доценты,

Государственный университет телекоммуникаций, Киев

ПРОЕКТИРОВАНИЕ НЕЧЕТКОГО РЕГУЛЯТОРА при выходных разъединенных и сжатых треугольных функциях принадлежности

Получены аналитические выражения для управляющих воздействий на выходе нечеткого регулятора при выходных разъединенных и сжатых треугольных функциях принадлежности, а также изложены вопросы проектирования нечеткого регулятора.

Ключевые слова: нечеткий регулятор; проектирование; функции принадлежности; управляющие воздействия; аналитические выражения; MATLAB.

Введение

В [1] изложен новый метод проектирования нечетких регуляторов.

Структурная схема нечеткого регулятора, составленная в интерактивной среде MATLAB, включает в себя три блока (рис. 1): блок формирователя величин $A(t)$ и $B(t)$ (блок 1), блок сравнения величин $A(t)$

и $B(t)$ и расчета u_c (блок 2) и блок нормировки выходной переменной (блок 3).

В данной статье на основе указанного метода проектируется нечеткий регулятор, в котором блок сравнения отличается простотой и, главное, может использоваться с различными формирователями.

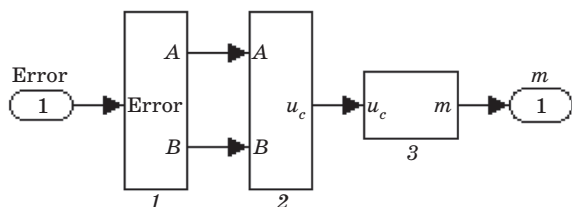


Рис. 1. Блок-схема нечеткого регулятора

Основная часть

Рассмотрим на универсальном множестве $U = [0; 1]$ два нечетких подмножества с выходными разъединенными и сжатыми треугольными функциями принадлежности, которые определяются по формулам (рис. 2):

$$\mu_1(u) = \begin{cases} 1, & 0 \leq u \leq a, \\ \frac{1-2u}{1-2a}, & a \leq u \leq 1/2; \end{cases} \quad \mu_2(u) = \begin{cases} \frac{2u-1}{1-2a}, & 1/2 \leq u \leq 1-a, \\ 1, & 1-a \leq u \leq 1. \end{cases}$$

Допустим, что с выхода формирователя величин $A(t)$ и $B(t)$ в нечетком регуляторе на блок сравнения этих величин и расчета u_c с указанными функциями принадлежности в фиксированный момент времени поступают величины $A(t)$ и $B(t)$, как показано на рис. 2.

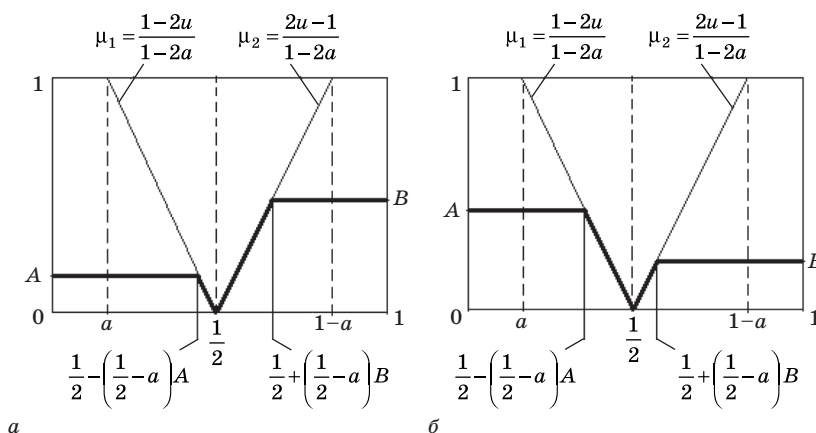


Рис. 2. Функции принадлежности при $A < B$ (а) и при $A > B$ (б)

Общая формула для определения абсциссы «центра тяжести результирующей фигуры» имеет следующий вид:

$$u_c = \frac{\int_0^1 u \mu(u) du}{\int_0^1 \mu(u) du}. \quad (1)$$

При этом искомая абсцисса с данными функциями принадлежности определяется при $A \geq B$ и при $A \leq B$ по одной и той же формуле:

$$u_c = \frac{A \int_0^{1/2-(1/2-a)A} u du + \frac{1}{1-2a} \int_{1/2-(1/2-a)A}^{1/2} (1-2u)u du + \frac{1}{1-2a} \int_{1/2}^{1/2+(1/2-a)B} (2u-1)u du + B \int_{1/2+(1/2-a)B}^1 u du}{A \int_0^{1/2-(1/2-a)A} du + \frac{1}{1-2a} \int_{1/2-(1/2-a)A}^{1/2} (1-2u) du + \frac{1}{1-2a} \int_{1/2}^{1/2+(1/2-a)B} (2u-1) du + B \int_{1/2+(1/2-a)B}^1 du}$$

После несложных вычислений находим:

$$u_c = \frac{(A+3B)/8 - (1-2a)(A^2+B^2)/8 + (1-2a)^2(A^3-B^3)/24}{(A+B)/2 - (1-2a)(A^2+B^2)/4}$$

при $A \geq B$ и при $A \leq B$.

В качестве примера приведем следующие результаты расчетов при $a = 0,2$:

$$A = 0,2; B = 0,4 \Rightarrow u_c = 0,5895;$$

$$A = 0,4; B = 0,2 \Rightarrow u_c = 0,4105.$$

Блок сравнения величин $A(t)$ и $B(t)$ и расчета u_c в интерактивной системе MATLAB для нечеткого регулятора с выходными функциями принадлежности, приведенными на рис. 2, изображен на рис. 3. Как видим, этот блок получается весьма простым, значительно проще блоков сравнения, описанных в [1].

Отметим, что при конструировании нечетких регуляторов на основе структурной схемы блок сравнения величин $A(t)$ и $B(t)$ и расчета u_c (см. рис. 1, блок 2), приведенный на рис. 3, может использоваться с различными блоками формирователей величин $A(t)$ и $B(t)$ (например блоками 1, изображенными на рис. 1).

Блоки формирователей величин $A(t)$ и $B(t)$ подробно описаны в [1].

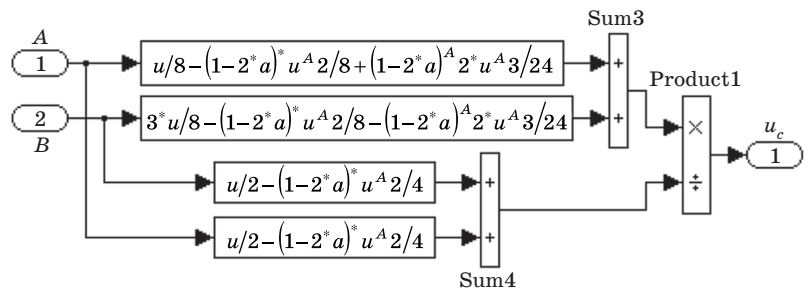


Рис. 3. Блок сравнения величин $A(t)$ и $B(t)$ и расчета u_c

Если для блока сравнения величин $A(t)$ и $B(t)$ и расчета u_c (см. рис. 3) использовать наиболее простой формирователь указанных величин со входными треугольными функциями принадлежности, то получим весьма простую схему нечеткого регулятора в интерактивной системе MATLAB (рис. 4).

На вход нечеткого регулятора поступает ошибка системы θ (Error). АЦП (Zero-Order Hold) квантует непрерывную ошибку системы управления $\theta(t) = u(t) - x(t)$ с шагом квантования h . В результате имеется квантованная ошибка $\theta(k)$ на выходе АЦП. Элементами ограничения (Saturation) моделируем универсальное множество $U = [0; 1]$, на которое поступают переменные $u_i, i = 1, 2, 3$.

В блоках Fcn, Fcn1, Fcn2 записываем аналитические выражения для входных треугольных

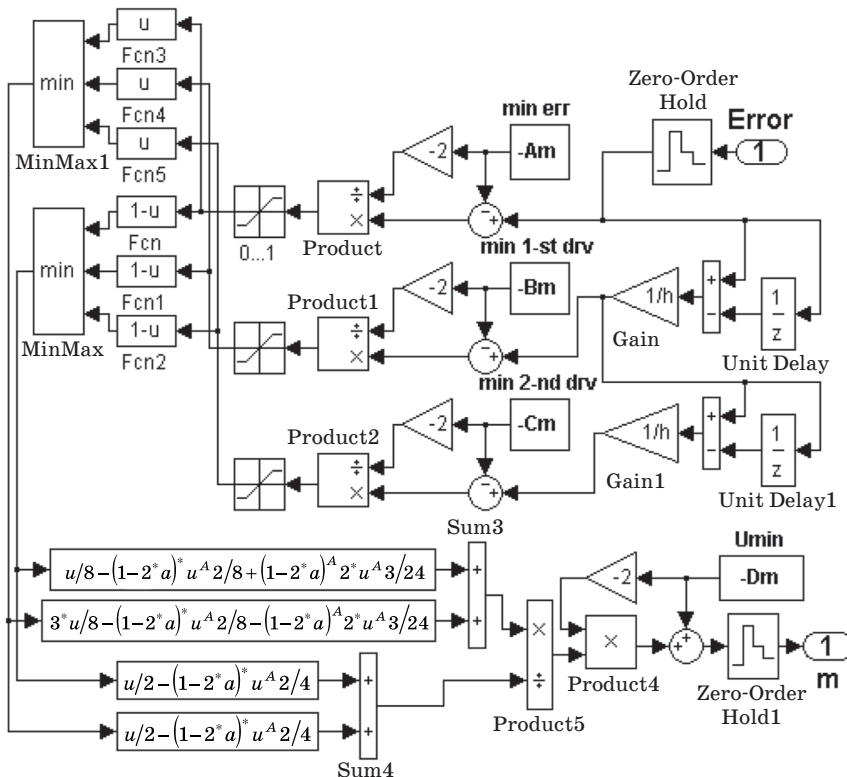


Рис. 4. Схема нечеткого регулятора

функцій належності $\mu_1(u) = 1 - u$, а в блоках Fcn3, Fcn4, Fcn5 — вираження для функцій $\mu_2(u) = u$. На виході блоків Fcn, Fcn1, Fcn2 отримуємо змінні $\mu_1(u_i)$ (соответственно $\mu_1(u_1), \mu_1(u_2), \mu_1(u_3)$), а на виході блоків Fcn3, Fcn4, Fcn5 — змінні $\mu_2(u_i)$ (соответственно $\mu_2(u_1), \mu_2(u_2), \mu_2(u_3)$).

Формули для вирахування першої і другої різниці від помилки, виникаючої в формувателі, представляються в вигляді:

$$\begin{cases} \dot{\theta}(k) = [\theta(k) - \theta(k-1)]/h; \\ \ddot{\theta}(k) = [\dot{\theta}(k) - \dot{\theta}(k-1)]/h. \end{cases}$$

Логіку роботи нечіткого регулятора, приведенного на рис. 4, для фіксованого моменту часу ілюструє рис. 5.

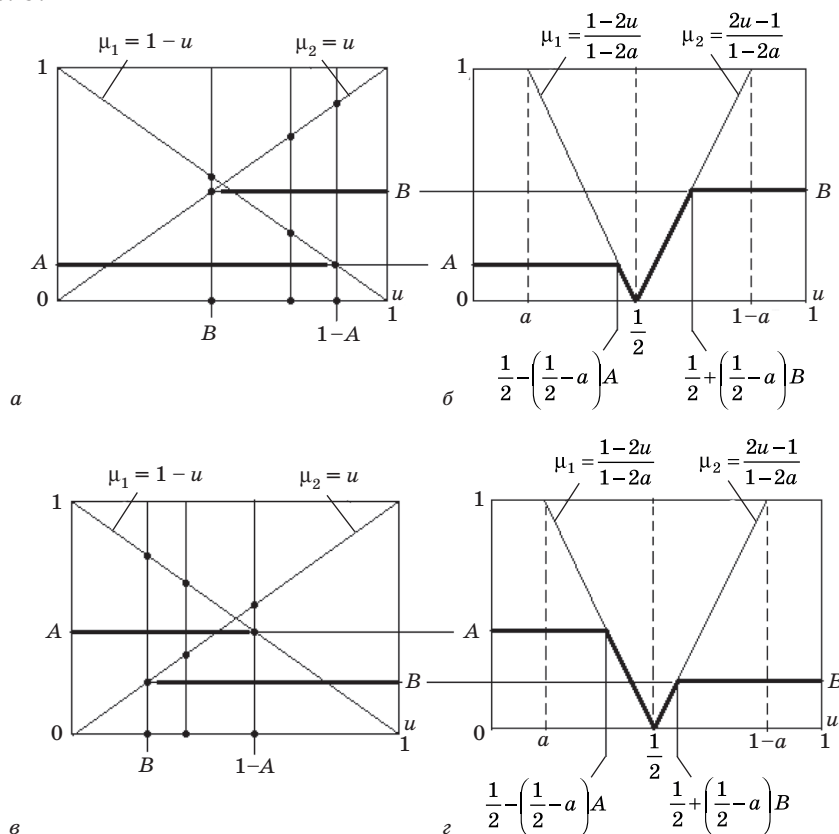


Рис. 5. Логіка роботи нечіткого регулятора при $A < B$ (а, б) і при $A > B$ (в, з)

В формувателі величин $A(t)$ і $B(t)$ на вході нечіткого регулятора такі змінні, як помилка θ^* , перша $\dot{\theta}^*$ і друга $\ddot{\theta}^*$ її похідні, поступають в регулятор з кроком квантування h , перераховуються в змінні u_1^*, u_2^*, u_3^* по наступним формулам, використовуваним для перерахування значень сигналів в значення елементів єдиного універсального множини $U = [0; 1]$ при симетричних діапазонах зміни змінних:

$$\begin{cases} u_1^* = (\theta^* + A_m)/(2A_m), \\ u_2^* = (\dot{\theta}^* + B_m)/(2B_m), \\ u_3^* = (\ddot{\theta}^* + C_m)/(2C_m). \end{cases} \quad (2)$$

Далі здійснюється розрахунок значень входних трикутних функцій належності (см. рис. 5, а, в)

$$\mu_1(u) = 1 - u; \mu_2(u) = u; 0 \leq u \leq 1, \text{ для змінних } u_1^*, u_2^*, u_3^*.$$

По алгоритму Мамдані визначаються величини A (в блоці MinMax) і B (в блоці MinMax1) по формулам

$$A = \min[\mu_1(u_1^*), \mu_1(u_2^*), \mu_1(u_3^*)], B = \min[\mu_2(u_1^*), \mu_2(u_2^*), \mu_2(u_3^*)].$$

Значення A і B відкладаються відповідним чином на вихідні функції належності (см. рис. 5, б, з):

$$\mu_1(u) = \begin{cases} 1, & 0 \leq u \leq a, \\ \frac{1-2u}{1-2a}, & a \leq u \leq 1/2; \end{cases} \quad \mu_2(u) = \begin{cases} \frac{2u-1}{1-2a}, & 1/2 \leq u \leq 1-a, \\ 1, & 1-a \leq u \leq 1. \end{cases}$$

Затем в блоке сравнения величин $A(t)$ и $B(t)$ и расчета u_c выполняется расчет ненормированного выхода регулятора.

Далее полученное значение в блоке нормировки выходной переменной пересчитывается в выходное напряжение регулятора по формуле $m^* = m_{\min}(1 - 2u_c)$.

Блок нормировки подробно описан в [1]. Блок нормировки выходной переменной (см. рис. 1, блок 3) показан на рис. 4 после блока сравнения.

В динамике при изменении переменных $u_1(t)$, $u_2(t)$, $u_3(t)$ текущие величины $A(t)$ и $B(t)$ поступают в блок сравнения и рассчитанное на каждом шаге h значение $u_c(t)$ в блоке нормировки выходной переменной преобразуется в выходное напряжение $m(t)$ по формуле $m(t) = m_{\min}[1 - 2u_c(t)]$.

В схеме формирователя величин $A(t)$ и $B(t)$ при настройке нечеткого регулятора перестраиваются граничные значения диапазонов

$$A_m = \theta_{\max} = -\theta_{\min}, \quad B_m = \dot{\theta}_{\max} = -\dot{\theta}_{\min}, \quad C_m = \ddot{\theta}_{\max} = -\ddot{\theta}_{\min}.$$

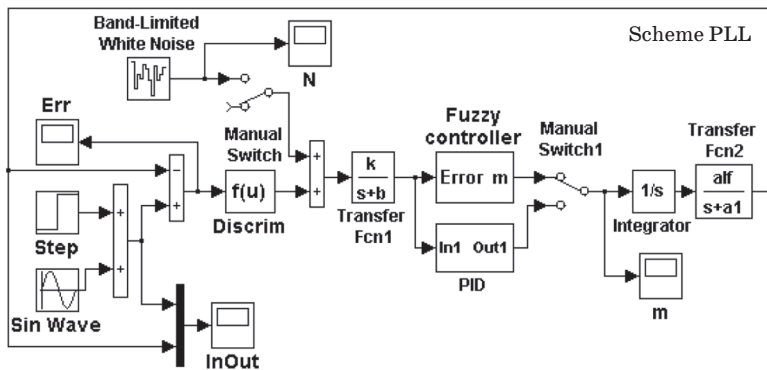


Рис. 6. Математическая модель системы частотной автоподстройки

Для обеспечения требуемой динамики системы используем нечеткий и ПИД-регуляторы (соответственно Fuzzy controller и PID на рис. 6). Частотный дискриминатор можно представить последовательным соединением устройства сравнения, нелинейности $K(\omega)$ и фильтра нижних частот ФНЧ с передаточной функцией

$$G_{\phi}(s) = K_{\phi}(T_{\phi}s + 1)^{-1} = k/(s + b).$$

Здесь $k = K_{\phi}/T_{\phi}$, $b = 1/T_{\phi}$, где K_{ϕ} — коэффициент усиления; T_{ϕ} — постоянная времени фильтра на выходе дискриминатора.

Для придания системе астатизма первого порядка, что позволяет уменьшить динамическую ошибку, можно использовать электронный интегратор, записав передаточную функцию объекта управления в виде

$$G_0(s) = \alpha[s(s + a_1)]^{-1},$$

где $a_1 = 1/T_r$ (T_r — постоянная времени генератора с управляющим элементом).

Математическую модель нелинейности $K(\omega)$ опишем выражением

$$K(\omega) = K_{\theta} \omega \exp\left\{-\frac{\omega^2}{\Delta^2}\right\},$$

где K_{θ} — коэффициент преобразования дискриминатора, а Δ — полуширина дискриминационной характеристики, определяющая разрешающую способность дискриминатора; $\omega \equiv \Delta\omega_{\text{др}}$ — расстройка относительно номинальной промежуточной частоты, $\omega_{\text{др}} = \text{const}$.

Частотный дискриминар на рис. 6 представлен схемой сравнения на сумматоре и дискриминационной характеристикой Discrim — $K(\omega)$. Фильтр нижних частот ФНЧ описан звеном Transfer Fcn1 с передаточной функцией $G_{\phi}(s)$.

Объект управления — интегратор и тактовый генератор с управляющим элементом и передаточной функцией $G_0(s)$ — представлен звеньями Integrator и Transfer Fcn2.

При исследовании системы методом математического моделирования выбраны следующие параметры: $k = 1$; $h = 0,01$; $b = 12,5$; $a_1 = 10$; $\text{alf} = 15$; $\Delta = 1$; $K_{\theta} = 1$.

Система исследована при воздействии на входе эквивалентного гармонического сигнала

$$u(t) = 1 + 0,5 \sin 2\pi Ft,$$

с несущей частотой $F = 0,1$ Гц.

Настройка нечеткого регулятора осуществлена по критерию минимума динамической ошибки. Получены следующие оптимальные параметры нечеткого регулятора при $a = 0,3$:

$$A_m = \theta_{\max} = 0,05; \quad B_m = \dot{\theta}_{\max} = 0,4; \quad C_m = \ddot{\theta}_{\max} = 10; \quad D_m = m_{\max} = 150.$$

Процеси в системі частотної автоподстройки (см. рис. 6) с нечетким регулятором ілюструєт рис. 7, где $u(t)$ — входное воздействие; $x(t)$ — выход системы (см. рис. 7, а), $e(t) \equiv \text{Err}$ — ошибка рассогласования на входе дискриминатора (см. рис. 7, б). Максимальная динамическая ошибка (за исключением начального выброса в момент захвата сигнала) не превышает 0,7% амплитуды синусоиды.

Переходной процесс системы частотної автоподстройки — реакция на единичное ступенчатое воздействие, представлен на рис. 7, в. Система обрабатывает входное воздействие за время, не превышающее 0,16 с, без перерегулирования; $m(t)$ — выход нечеткого регулятора (см. рис. 7, г).

Таким образом, цифровой нечеткий регулятор обеспечивает не только большую точность обработки входного воздействия, но и высокое быстродействие системы.

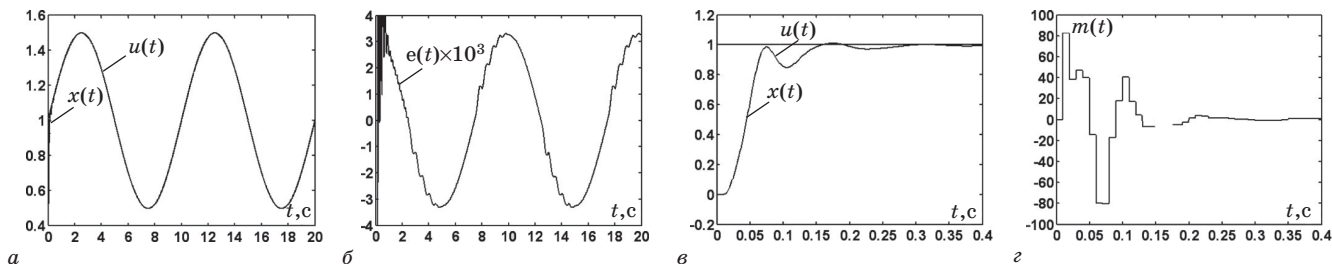


Рис. 7. Процеси в системі частотної автоподстройки (описания даны в тексте)

Система с ПИД-регулятором (см. рис. 6) исследована в [1]. Максимальная динамическая ошибка (за исключением начального выброса в момент захвата сигнала) составляет 2,4% амплитуды синусоиды. Переходный процесс — колебательный, с перерегулированием 20%. Система обрабатывает входное воздействие за время, превышающее 0,4 с.

Максимальная динамическая ошибка в системе с ПИД-регулятором в 3,5 раза больше максимальной динамической ошибки с нечетким регулятором, а время регулирования примерно в 2,5 раза больше времени регулирования в системе с нечетким регулятором.

Выводы

Изложенная теория и описанная практическая схема нечеткого регулятора с выходными раздельными и сжатыми треугольными функциями принадлежности, а также входными треугольными функциями принадлежности дают возможность использовать такой регулятор в различных системах автоматического управления и при помощи настройки параметров регулятора добиваться высокого качества систем.

Литература

1. Гостев, В. И. *Нечеткие регуляторы в системах автоматического управления* / Радиоаматор, 2008.— 972 с.
2. Гостев, В. И. *Исследование процессов в фаззи-системе частотной автоподстройки* / В. И. Гостев, В. А. Неволько; материалы V Міжнар. наук.-практ. конф. «Наукові дослідження — теорія та експеримент 2009», 18–20 травня 2009 р.— Полтава.— С. 23–27.
3. *Исследование процессов в системах частотной и фазовой автоподстройки при наличии внутренних шумов* / [В. И. Гостев, Н. И. Кунах, А. В. Дробик, В. А. Неволько] // *Наук. записки УНДІЗ*.— 2008.— № 6(8).— С. 12–21.
4. *Устройства тактовой синхронизации с фаззи-системами ФАПЧ* / [В. И. Гостев, А. В. Дробик, Н. И. Кунах, В. А. Неволько] // *Вісник ДУІКТ*.— 2009.— Т. 7(2).— С. 117–127.

О. В. Невдачина, О. М. Ткаленко, А. П. Полоневич, О. С. Артющик

ПРОЕКТУВАННЯ НЕЧІТКОГО РЕГУЛЯТОРА ПРИ ВИХІДНИХ РОЗ'ЄДНАНИХ І СТИСНЕНИХ ТРИКУТНИХ ФУНКЦІЯХ НАЛЕЖНОСТІ

Здобуто аналітичні вирази для управляючих впливів на виході нечіткого регулятора при вихідних роз'єднаних і стиснених трикутних функціях належності, а також викладено питання щодо проектування нечіткого регулятора.

Ключові слова: нечіткий регулятор; проектування; функції належності; управляючі дії; аналітичні вирази; MATLAB.

O. V. Nevdachina, O. N. Tkalenko, A. P. Polonevich, A. S. Artyuschik

DESIGN OF FUZZY CONTROLLER WITH OUTPUT SEVERED AND COMPRESSION TRIANGULAR MEMBERSHIP FUNCTIONS

Analytical expressions for controlling actions on an input of a fuzzy controller are received at days off separated and compressed triangular membership functions and questions of designing of a fuzzy controller are stated.

Keywords: fuzzy controller; designing; membership functions; controlling actions; analytical expressions; MATLAB.