УДК 621.391.037.372: 621.391.27 В. П. ЯРЦЕВ, канд. техн. наук, доцент; О. Ю. КОТОМЧАК; В. А. САБАДАШ, аспірант, Державний університет телекомунікацій, Київ

ВИКОРИСТАННЯ СТАТИСТИЧНОЇ ТЕОРІЇ СУМІШЕЙ ДЛЯ БОРОТЬБИ З МІЖСИМВОЛЬНОЮ ІНТЕРФЕРЕНЦІЄЮ СИГНАЛІВ У ВОЛЗ

Розглянуто формальну схожість міжсимвольної інтерференції сигналів і ймовірнісного опису мішаної вибірки випадкових величин. Запропоновано математичні моделі тестових послідовностей оптичних сигналів з урахуванням дисперсійних спотворень та випадкових шумів. Визначено основні операції щодо адаптації регенератора при демодуляції сигналів, спотворених унаслідок міжсимвольної інтерференції, за конкретних умов передавання у волоконнооптичних лініях зв'язку, інтерпретованих із погляду статистичної теорії сумішей як завдання щодо оцінювання деяких параметрів розподілу ймовірностей компонентів суміші.

Ключові слова: статистична теорія сумішей; волоконно-оптичні лінії зв'язку; міжсимвольна інтерференція сигналів; адаптація демодулятора.

ВСТУП

Проблема *міжсимвольної інтерференції сигналів* (MIC) залишається однією з актуальних проблем зв'язку, що безпосередньо стосується вдосконалення волоконно-оптичних ліній зв'язку (ВОЛЗ). У разі систем передавання дискретної інформації MIC призводить до спотворення сигналу, який відповідає наступним символам, через вплив сигналу, який відповідає попереднім символам, ускладнюючи прийняття правильного рішення стосовно кожного символа.

Традиційні засоби боротьби з МІС полягають у застосуванні різноманітних коректорів. Наприклад, коректори лінійних спотворень — це переважно аналогові пристрої, які компенсують недосконалість амплітудно-частотних характеристик каналу зв'язку. Використовуються й цифрові коректори, які безпосередньо оперують із сигналом як функцією часу.

Утім принципи побудови коректорів не враховують стохастичності сигналу [2], нехтуючи додатковими його спотвореннями внаслідок випадкових шумів та випадкового характеру послідовності передаваних сигналів. Більш того, нейтралізувати MIC із залученням коректорів, якщо інтерференція створюється штучно, сигналами з частковим відгуком, уже неможливо.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Для розв'язання проблем MIC запропоновано принципово відмінний від застосування коректорів підхід, який спирається на статистичну теорію сумішей. Розробив цю теорію Тейчер [1] як досить абстрактний розділ математичної статистики. Проте згадана теорія знайшла багатоаспектне використання при розв'язанні задач розпізнавання образів за умов чималої апріорної невизначеності [2; 3]. Методи статистичного поділу випадкових сигналів, на відміну від сигналів детермінованих, ґрунтуються переважно на інформації про характеристики джерел сигналів [4]. У [5] наочно підтверджено доцільність використання зазначеної інформації для вирішення проблем МІС. У [6] розглянуто шляхи підвищення швидкості передавання сигналів, а також особливості міжканальних і міжсимвольних спотворень, зумовлених перевідбиттям сигналу та обмеженістю розв'язки між каналами, і методи боротьби з цими негативними явищами.

Оптимізовану схему побудови фотоприймального модуля для канальних трактів магістральних ВОЛЗ наведено в [6]. Здобуті позитивні результати дали підстави для поглибленого дослідження шляхів упровадження понять і методів статистичної теорії сумішей при розв'язанні задач, які стосуються MIC.

ОСНОВНА ЧАСТИНА Імовірнісна інтерпретація МІС

У разі передавання символа «1» на приймальному пункті маємо сигнал $g(t, \theta)$, тривалість t_g якого перевищує тривалість τ бітового інтервалу, через що виникає МІС. Параметр θ визначає положення сигналу $g(t, \theta)$ на осі часу.

Для символа «0» сигнал не генерується.

У каналах зв'язку як лінійних неперервних системах MIC є лінійною комбінацією відгуків каналу на кожний із символів, тому результуючий сигнал G(t), спотворений впливом MIC, на інтервалі часу N_{τ} можна описати у вигляді

$$G(t) = \sum_{i=1}^{N} v_i g(t; i; \tau), \qquad (1)$$

де v_i відповідає значенню переданого символа на *i*-й позиції.

© В. П. Ярцев, О. Ю. Котомчак, В. А. Сабадаш, 2018



Згідно з імовірнісною інтерпретацією МІС функція $g(t, \theta)$ зіставляється з розподілом імовірностей f(x; A), який має ту саму форму, що й розподіл деякої випадкової величини x, де A — сукупність параметрів, котрі характеризують даний розподіл.

Результат міжсимвольної інтерференції Q сигналів у вигляді відрізка процесу G(t), що потрапляє в так зване *вікно аналізу*, розглядається як випадкова суміш випадкових величин x, кожна з яких підпорядковується одному з Q частинних розподілів імовірностей $f_1(x; A_1), ..., f_Q(x; A_Q)$.

Розподіл імовірностей такої суміші $f_p(x)$, як показано в [2], подається виразом

$$f_P(x; p_1, ..., p_Q, A_1, ..., A_Q) = \sum_{j=1}^Q p_j f_j(x; A_j), \quad (2)$$

де p_j — імовірність того, що в мішаній вибірці випадкових величин деяку з них породжено *j*-м частинним розподілом імовірностей.

Порівняння виразів (1) і (2) наочно ілюструє принципову схожість явищ МІС та утворення суміші випадкових величин — лінійну залежність результату від частинних впливів. Конкретні відлікові значення сигналу (1) можна інтерпретувати як емпіричний розподіл, отриманий на деякій вибірці з генеральної сукупності випадкових величин, описуваній розподілом суміші (2). Тому демодуляцію сигналів за умов МІС можна розглядати як типову задачу математичної статистики — відшукання оцінок параметрів $p_1, \ldots, p_Q, A_1, \ldots, A_Q$ розподілу суміші $f_p(x; \ldots)$ за отриманим емпіричним розподілом (2).

Це завдання можна розв'язати, якщо виконуються умови розподілу сумішей [2], котрі стосуються нормальних розподілів імовірностей, для яких адитивна суміш гауссових сигналів роздільна за будь-якого ступеня їх перетину.

Вихідні умови та модель сигналу

На першому етапі досліджень обґрунтовано й проаналізовано ймовірнісні моделі сумішей, розглянуто поняття та умови роздільності сумішей, а також сформульовано в загальній постановці задачі пов'язані з адаптацією пристроїв розпізнавання образів, і показано, що задача регенерації сигналів у ВОЛЗ є частинним випадком загальної постановки зазначеної задачі.

Другий етап досліджень присвячено викладенню конкретних методів адаптації пристроїв розпізнавання образів та аналізу особливостей використання цих методів у регенераторах ВОЛЗ.

Доведено доцільність поділу всієї сукупності операцій обробки сигналів у регенераторах на дві групи.

До *першої групи* належать операції адаптації регенератора до реальних дисперсійних спотворень сигналу у ВОЛЗ. Рекомендовано здійснювати адаптацію за допомогою спеціальної *тестової послідовності символів* (ТПС).

Запропоновано такі різновиди тестових послідовностей: ТПС1 — послідовність повторюваних трійок символів «010»; ТПС2 — послідовність повторюваних трійок символів «110». Для кожної з них розроблено операції обробки, які дозволяють сформувати «образ» сигналу як реакцію на поодинокий символ «1». Отриманий «образ» відображає реальне дисперсійне спотворення сигналу у ВОЛЗ та конкретне фазове запізнювання схеми синхронізації.

Другу групу утворюють операції демодуляції прийнятого сигналу. У [4] обґрунтовано оптимальний метод демодуляції, який випливає з принципу прийняття максимально правдоподібних рішень, а також метод демодуляції, який базується на властивостях роздільності сумішей.

Здійснене в середовище MathCAD моделювання довело, що ефективність демодуляції на базі *роздільності сумішей* (PC) лише трохи поступається потенційно можливій ефективності, яка відповідає *найбільш правдоподібній* (НП) демодуляції, потребуючи приблизно на порядок меншого обсягу обчислень.

Порівняно з існуючим методом демодуляції, який передбачає перевірку стосовно того, чи перевищує сигнал певний поріг, метод РС має перевагу, забезпечуючи енергетичний виграш 4 дБ. За рахунок цього можна послабити вимоги до дисперсійних спотворень у ВОЛЗ та істотно (до 18%) збільшити довжину оптичного волокна [5].

Оптичний імпульс, який генерується для передавання символа «1», унаслідок дисперсійних спотворень у ВОЛЗ розширюється і набуває дзвоноподібної форми [7]. На вході регенератора цей імпульс можна апроксимувати функцією

$$g(t,\theta) = \begin{cases} e^{\frac{(t-\theta)^2}{2\sigma^2}} & \text{для } |t-\theta| \le 1, \\ 0 & \text{для } |t-\theta| > 1. \end{cases}$$
(3)

Тут t — поточний момент часу; θ — момент, який відповідає максимальній амплітуді імпульсу; σ — параметр, який характеризує ширину імпульсу.

Значення t, θ , σ зручно вимірювати в одиницях, що дорівнюють тривалості τ бітового інтервалу.

На практиці гранично допустимими дисперсійними спотвореннями вважають такі, за яких ширина імпульсу на рівні 0,5 досягає т, а його повна тривалість становить 2t (рис. 1). Для цього граничного випадку параметр $\sigma = 0,425$ т і має місце значна МІС, коли символу «1», що передається на *i*-й позиції, відповідає прийманий сигнал, який розміщується на *i*-му та (*i* + 1)-му бітових інтервалах.

Фрагмент послідовності переданих символів «1» і «0» у каналі ВОЛЗ, змодельованої засобами MathCAD [10], наведено на рис. 2.



Рис. 1. Модель сигналу в середовищі MathCAD з урахуванням дисперсійних спотворень



Поряд із дисперсійними спотвореннями корисний сигнал G(t) зазнає впливу випадкових нормально розподілених шумів N(t) із нульовим математичним сподіванням та середньоквадратичним відхиленням σ_n , тому вхідний сигнал S(t) для обробки набирає вигляду S(t) = G(t) + N(t).

При застосуванні дискретних і дискретно-неперервних пристроїв обробки сигнал S(t) як функція неперервного часу передусім підлягає дискретизації в часовій області, коли відліки здійснюються в моменти часу t_m : $s_m = S(t_m)$.

За таких умов протягом бітового інтервалу маємо два відліки: $n_b = 2$.

Для організації цифрової обробки відліки сигналу (2) виконуються в дискретні моменти часу t_m , усього n_b разів протягом бітового інтервалу т. Беремо, як уже зазначалося, $n_b = 2$.

Результат моделювання засобами MathCAD наведено на рис. 3, де суцільною лінією позначено сигнал G(t), утворюваний унаслідок інтерференції окремих імпульсів (1), кожний з яких відповідає «1» у послідовності, що передається; G(t) — корисний сигнал, утворюваний із зазначеної послідовності з урахуванням дисперсійних спотворень;



Рис. 3. Послідовність переданих символів з урахуванням дисперсійних спотворень та шумів

 $S(t_m)$ — дискретні відліки сигналу G(t), додатково спотворені шумами, що на графіках позначено знаками «плюс».

Оптимальні положення моментів відліків відповідають межам і серединам бітових інтервалів. Проте внаслідок запізнювання схем синхронізації слід передбачати можливість зсуву моментів відліків на σt ($0 < \delta t < 0, 5\tau$).

Математична модель адаптації схеми цифрового регенератора

У реальних умовах роботи регенератора згідно з особливостями конкретної ВОЛЗ ширина та форма імпульсу, який утворюється символом «1», можуть відрізнятися від заданих формулою (1). Окрім того, фактичний зсув δt моментів відліків відносно оптимальних положень апріорі невідомий. Тому потрібно спочатку виконати адаптацію регенератора до конкретних умов передавання оптичних сигналів у ВОЛЗ. Метою підготовчих операцій адаптації є отримання «образу» реального сигналу за допомогою *тестових послідовносmeй* (ТП).

Можуть бути використані дві тестові послідовності:

ТП1 — періодично повторювана Nw разів послідовність трьох символів «010», тобто «010010010...»;

ТП2 — періодично повторювана Nw разів послідовність трьох символів «110», тобто «110110110...».

Перша послідовність дозволяє безпосередньо отримати «образ» сигналу у вигляді реакції на «1», не спотвореної впливом інших символів «1», оскільки вони перебувають на відстані 3т, яка перевищує максимальну тривалість інтервалу міжсимвольної інтерференції, що дорівнює 2т.

Друга послідовність має на меті уточнення «образу» сигналу з урахуванням можливої неадитивності міжсимвольної інтерференції. За допомогою послідовності ТП2 можливе виділення «образу» одиничного сигналу, але це потребує досить складної обробки.

При обробці ТП1 скористаємось поняттям *вік*но аналізу. Тут ідеться про сукупність $3n_b = 6$ послідовних відліків, положення яких зсувається вздовж ТП1 із кроком 6. Таким чином, кожне положення «вікна» відповідає тій самій комбінації символів «1», «0». І якби шумів не було, то в кожному положенні «вікна» сукупність значень відліків була б однакова.

Обчислимо масив *sm* усереднених значень відліків, завдяки яким згладжується вплив випадкових шумів:

$$sm_m = \frac{1}{Nw} \sum_{j=0}^{Nw-1} S_{6j+m}, \ m = 0, ..., 5.$$
 (4)



<u>(слово науковця)</u>

Визначимо максимальний елемент масиву *sm* та його індекс $i_{\max sm}$. Завдяки періодичності ТП1 масив *sm* можна розглядати як кільцевий регістр, тобто наступним елементом після sm_5 є елемент sm_0 , а попереднім елементом щодо sm_0 — елемент sm_5 . Перепишемо вміст масиву *sm* у новий масив *sc* так, щоб максимальний елемент масиву *sm* став елементом sc_2 . Для випадку, коли $i_{\max sm} = 1$, операція має вигляд (максимальний елемент масиву *sm* виділено жирним шрифтом)

У результаті отримаємо масив *sc*, в якому положення відліків сигналу центровано.

Обчислимо вибірковий момент 1-го порядку («центр ваги» дискретної вибірки, записаний у масив *sc*):

$$se1 = \frac{\sum_{m=0}^{5} m \cdot sc_m}{\sum_{m=0}^{5} sc_m}.$$
(5)

Вилучимо з масиву *sc* чотири елементи, два з яких мають індекс m < se1, а ще два — індекс m > se1. Ці елементи і утворюють шуканий «образ» сигналу. Запишемо їх у вигляді 4-елементного масиву *f*1. У такий спосіб відбувається компенсація невідомого початкового зсуву δM положень «вікна» аналізу і трійки символів «010». Більш того, дробова частина числа *se*1 може бути використана для оцінювання зсуву δt та керування системою синхронізації регенератора.

Етап обробки сигналів у «образі» є найбільш складним, хоча в математичному плані він досить простий. З «образу» сигналу, записаного у вигляді елементів $f1_0, ..., f1_3$ масиву f1, створюємо матрицю F розміром $Q \times M$ (у даному випадку 3×4):

$$F = \begin{pmatrix} f\mathbf{1}_2 & f\mathbf{1}_3 & 0 & 0\\ f\mathbf{1}_0 & f\mathbf{1}_1 & f\mathbf{1}_2 & f\mathbf{1}_3\\ 0 & 0 & f\mathbf{1}_0 & f\mathbf{1}_1 \end{pmatrix}.$$
 (6)

Перший рядок цієї матриці відповідає попередньому символу, від якого у «вікно» аналізу потрапляє лише друга частина. Другий рядок відповідає поточному сигналу, який цілком розміщується у «вікні» аналізу. Третій рядок відповідає наступному сигналу, від якого у «вікно» аналізу потрапляє тільки перша частина.

Із матриці F утворимо матрицю C розміром $Q \times Q$ (3×3): $C = F \cdot F^{T}$ (Т — операція транспонування), елементи якої визначаються виразом

$$c_{j,h} = \sum_{m=1}^{M} f_{j,m} \cdot f_{h,m}, \quad j,h=1,...,Q.$$

Обчислимо обернену матрицю $CO(3 \times 3)$: $CO = C^{-1}$.

Знайдемо матрицю коефіцієнтів C1 розміром $Q \times M$ (3 × 4): $C1 = CO \cdot F$.

На практиці достатньо знайти тільки другий рядок цієї матриці

$$c\mathbf{1}_{2,m} = \sum_{j=1}^{Q} c o_{2,j} \cdot f_{j,m}, \ m = 1, ..., M.$$
(7)

Отримані значення відіграють роль вагових коефіцієнтів у схемі корекції вхідної послідовності цифрового регенератора, на які помножуються відліки сигналу у «вікні» аналізу для нейтралізації MIC у волоконно-оптичній лінії передавання.

Модель операції демодуляції прийнятих сигналів

Рішення r_k стосовно того, який символ передано на k-й позиції, має прийматися на основі обробки M = 4 відліків у «ковзному вікні» аналізу $s_{k \cdot n_b}$, $s_{k \cdot n_b+1}$, $s_{k \cdot n_b+2}$, $s_{k \cdot n_b+3}$.

Зазначені відліки відповідають *k*-му та (*k* + 1)-му бітовим інтервалам. Для прийняття рішення маємо виконати такі операції:

1) знайти оцінку ймовірності $p_2(k)$ того, що на k-й позиції міститься символ «1»:

$$p_2(k) = \sum_{m=1}^{M} c \mathbf{1}_{2,m} \cdot s_{k \cdot n_b + m - 1};$$
(8)

2) порівняти отриману оцінку з порогом прийняття рішення $p_{\text{пор}}$:

$$r_k = \begin{cases} \mathbf{1}, \text{ якщо } p_2(k) > p_{\text{пор}}, \\ \mathbf{0} - \text{ у протилежному разі.} \end{cases}$$
 (9)

За відсутності шумів і помилок визначення «образу» сигналу оцінки набувають значення 1 чи 0, тому за поріг $p_{\text{пор}}$ доцільно взяти $p_{\text{пор}} = 0,5$. Значення $r_k \in$ вихідним сигналом пристрою обробки, і воно керує генератором оптичних імпульсів на виході регенератора.

Розглянута послідовність операцій обробки забезпечує ефективність роботи регенератора, близьку до потенційно можливої, яка відповідає найбільш правдоподібній демодуляції. При цьому загальний обсяг обчислювальних витрат для розглянутого методу приблизно на порядок менший, аніж для методу найбільш правдоподібної демодуляції.

ВИСНОВКИ

◆ Запропонована модель адаптації демодулятора сигналів у ВОЛЗ зводиться до обчислення зваженої суми чотирьох відліків вхідного сигналу і порівняння отриманої суми з порогом. Ці операції обробки (власне демодуляція сигналів) мають виконуватися в реальному часі.

• Для забезпечення максимальної ефективності роботи регенератора (мінімуму помилок демодуляції) вагові коефіцієнти при підсумовуванні відліків повинні враховувати фактичні дисперсійні спотворення в кожній конкретній ВОЛЗ та фактичний зсув моментів відліків від своїх номінальних положень на осі часу внаслідок запізнювання у схемі синхронізації. Таким чином, потрібна попередня адаптація регенератора до конкретних умов функціонування.

◆ Адаптація регенератора можлива за допомогою спеціальної тестової послідовності (ТП), яка складається з повторюваної трійки символів «010». Ця послідовність має надходити з пункту передавання протягом деякого часу адаптації перед передаванням інформаційної послідовності.

Список використаної літератури

1. **Teicher H.** Identifiability of finite mixtures// Ann. Math. Stat. 1963. V. 34, N 4. P. 1265–1269.

2. Миленький А.В. Классификация сигналов в условиях неопределенности (Статистические методы самообучения в распознавании образов). Москва, 1975. 328 с.

3. Засов В. А. Алгоритмы и вычислительные устройства разделения и восстановления сигналов в многомерных динамических системах: монография. Самара, 2012. 233 с. 4. Ромкин М. В. Анализ и классификация методов решения задачи разделения и восстановления сигналов // Тр. междунар. науч.-техн. конф. (Сотputer – based conference). Пенза, 2013. С. 127–130.

5. Скляр Бернард. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Москва, 2003. 1104 с.

6. Скорость передачи, межканальные и межсимвольные искажения / А.К.Сундучков, Е.А.Фадеева, А. В. Яцук, К.С.Сундучков [Електронний ресурс]. Режим доступу:

http://ena.lp.edu.ua

7. Стеклов В. К., Беркман Л. Н. Теория электрической связи / под ред. В. К. Стеклова. Київ, 2006. 552 с.

8. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов. Санкт-Петербург, 2003. 604 с.

9. Лукин И., Удовиченко В., Лебедев С. Оптимизация фотоприемного модуля для магистральных волоконно-оптических линий связи // Компоненты и технологии. 2011. №1. С. 92–97.

10. **Макаров Е. Г.** MathCAD: учебный курс. Санкт-Петербург, 2009. 384 с.

Рецензент: доктор техн. наук, ст. наук. співробітник М. П. Трембовецький, Державний університет телекомунікацій, Київ.

В. П. Ярцев, О. Ю. Котомчак, В. А. Сабадаш Использование статистической теории смесей для борьбы с межсимвольной интерференцией сигналов в волс

Рассмотрено формальное сходство межсимвольной интерференции сигналов и вероятностного описания смешанной выборки случайных величин. Предложены математические модели тестовых последовательностей оптических сигналов с учетом дисперсионных искажений и случайных шумов. Определены основные операции по адаптации регенератора при демодуляции сигналов, искаженных межсимвольной интерференцией, в конкретных условиях передачи ВОЛС, которые формулируются с точки зрения статистической теории смесей как задача оценки некоторых параметров распределения вероятностей смеси.

Ключевые слова: статистическая теория смесей; волоконно-оптические линии связи; межсимвольная интерференция сигналов; адаптация демодулятора.

V. Yartsev, A. Kotomchak, V. Sabadash

USING STATISTICAL THEORY OF MIXTURES TO COMBAT INTERSYMBOL INTERFERENCES OF SIGNALS IN FIBER-OPTIC COMMUNICATION LINE

The subject study, the results of which are given in this paper, are problems connected with the study of the formal similarity of intersymbol interference of signals and the probabilistic description of a mixed sample of random variables. The purpose of the study was to develop a mathematical model of test sequences of optical signals with allowance for dispersion distortions and the effects of random noise, the search for principles of rational technical implementation of the proposed method based on the resolution of mixtures. The task: analysis and justification of the probabilistic model of mixtures, consideration of the concept and conditions for the resolution of mixtures, determination of methods for adapting devices for identifying images of transmitted discrete signals, analysis of the features of using these methods in the regenerators of fiber optic cables. The methods used are: mathematical methods for solving problems of mathematical statistics and statistical theory of mixtures, computer simulation with the use of a package of mathematical processing. The following results are obtained: the main operations for adapting the regenerator for the demodulation of signals distorted by intersymbol interference are determined under specific transmission conditions in fiber-optic communication lines, which are formulated from the point of view of the statistical theory of mixtures, as the problem of estimating some parameters of the probability distribution of a mixture. Conclusions. The scientific novelty of the results is as follows: we proposed the use of concepts and methods of the statistical theory of mixtures is as follows: we proposed the use of concepts and methods of the statistical theory of mixtures of signals and the demodulator adaptation model, which reduces to calculating a weighted sum of 4 samples of the input signal and comparing the sum obtained with the threshold.

Keywords: statistical theory of mixtures; fiber-optic communication lines; intersymbol interference of signals; adaptation of a demodulator.

