

УДК 621.396

В. Б. ТОЛУБКО, доктор техн. наук, професор;
Л. Н. БЕРКМАН, доктор техн. наук, професор;
С. В. КОЗЕЛКОВ, доктор техн. наук, професор;
О. А. КІЛЬМЕНІНОВ, канд. техн. наук,
Державний університет телекомунікацій, Київ

МАНІПУЛЯЦІЙНЕ КОДУВАННЯ СИГНАЛЬНИХ СУЗІР'ІВ ГЕКСАГОНАЛЬНОЇ АМПЛІТУДНО-ФАЗОВОЇ МОДУЛЯЦІЇ

У статті показано, що основною властивістю багаточастотного сигналу з ортогональними носійними (OFDM), яка істотно впливає на завадостійкість каналу передавання інформації, є спосіб побудови сигнального сузір'я. Розглянуто ефективні маніпуляційні коди. Запропоновано методу розрахунку завадостійкості системи, для якої швидкість передавання інформації досягає пропускної здатності каналу зв'язку.

Ключові слова: сигнальне сузір'я; маніпуляційні коди; евклідова відстань; завадостійкість; пілот-сигнал.

Вступ і постановка задачі

Сузір'я гексагональної амплітудно-фазової модуляції (*hexagonal amplitude phase modulation* — *HAP*) дають змогу, як відомо, мінімізувати ймовірність помилки розрізнення сигналів за рахунок максимально можливої евклідової відстані між сигнальними точками при заданій середній чи максимальній амплітуді сигналів. Проте якщо для середньостатистичної сигнальної точки сузір'я *QAM* існує чотири точки, розташовані на мінімальній евклідовій відстані, то для сузір'я *HAP* таких точок шість. Через це маємо більшу, ніж у *QAM*, кількість інверсій у кодах сусідніх точок, а отже, вищу ймовірність помилки в двійковому розряді при однаковій і навіть нижчій імовірності помилки розрізнення сигналів. Тому актуальною є розробка маніпуляційних кодів для сузір'їв *HAP*, дослідження завадостійкості двійкових каналів, побудованих на їх основі, і порівняння з аналогічними каналами на базі *QAM*.

Виклад основного матеріалу

Маніпуляційний код має відповідати таким вимогам, як безнадлишковість і забезпечення найменшої можливої хеммінгової відстані між кодами сигнальних точок, розташованих на мінімальній евклідовій відстані. У разі виконання цих вимог найбільш імовірній помилці розрізнення сигналів, пов'язаній із розрізненням сигналів сусідніх точок сузір'я, буде відповідати помилка у двійковій комбінації, що має найменшу кратність.

Оскільки оптимальність прийому багатопозиційних сигналів за правилом Котельникова і максимальна завадостійкість сигнальних сузір'їв на основі просторових мереж, що мають регулярну структуру, зберігаються за умови однакових імовірностей передавання всіх сигналів сузір'я, маніпуляційний код має бути рівномірним для забезпечення безнадлишковості кодування рівномірних сигналів та відсутності ефектів вставок і випадань на виході дискретного каналу.

Із комбінаторики відомо, що кількість переставлень n елементів без повторень, якими є маніпуляційні коди, становить $n!$ Тому застосування методу перебору при побудові маніпуляційних кодів занадто ускладнюється. Отже, для розв'язання задачі застосуємо *метод синтезу*.

Найменшим елементом сузір'я *HAP* є трикутник, вершинам якого відповідають сигнальні точки, котрі можуть бути закодовані принаймні двома двійковими розрядами a і b . Перебираючи всі можливі комбінації значень a і b так, аби коди точок були різні, переконаємося, що незалежно від цих значень двом сторонам трикутника відповідають інверсії в одному з розрядів кодів точок, а одній стороні — інверсія в обох розрядах, як це зображено на рис. 1, де інверсні розряди виділено, причому суцільні сторони трикутника відповідають інверсії в одному розряді кодів точок у суміжних вершинах, а пунктирні — інверсіям в обох розрядах. Код ab (інверсія a і b) доповнює маніпуляційний код трисигнального сузір'я до безнадлишкового.

Далі, методом перебору визначаємо точку сигнального сузір'я, відповідаючи якій, цей код забезпечує мінімально можливу кількість інверсій у кодах точок, розташованих на мінімальній евклідовій відстані (рис. 2). Підставляючи значення розрядів a і b , дістаємо еквівалентні за властивостями безнадлишкові маніпуляційні коди даного сузір'я. Безнадлишковість цих кодів дає змогу використовувати їх як елементи для побудови кодів сузір'їв із більшою кількістю точок.

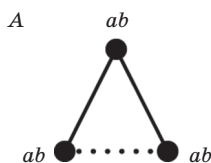


Рис. 1. Елементарне сузір'я НАР

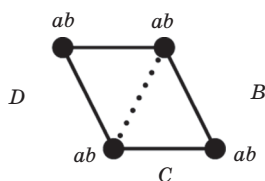


Рис. 2. Елементарне безнадлишкове сузір'я НАР

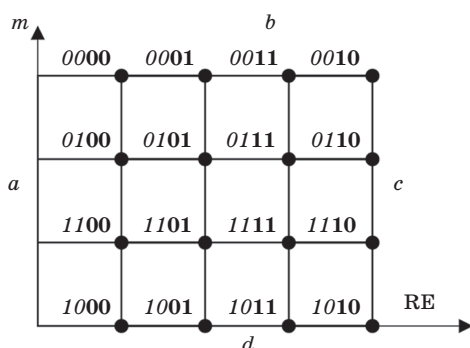


Рис. 3. Двовимірне маніпуляційне кодування

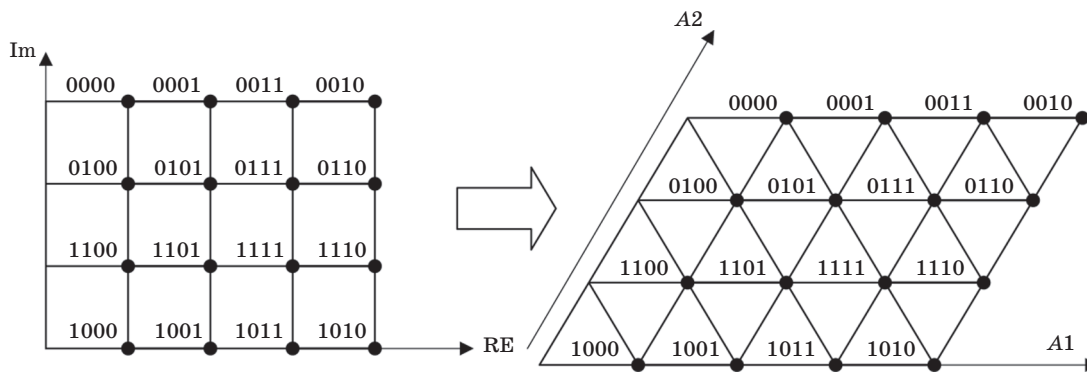


Рис. 4. Ізометрія двовимірного маніпуляційного коду

Здебільшого форма сигнального сузір'я близька до кола і кількість сигнальних точок, розташованих уздовж координатних векторів, не дорівнює 2^n , а отже, метод ізометрії може бути застосований лише до фрагментів сузір'їв.

Як пілотний для кожного сузір'я було взято сигнал з амплітудою, найближчою до середньої амплітуди сузір'я. Такий вибір забезпечує максимальне наближення $K1$, $K2$, $k1$ та $k2$ до одиниці, що зменшує похибки при математичних операціях, пов'язаних з обмеженою розрядністю процесорів. Коди сигналів, узятих як пілотні, наведено в таблиці.

Коди пілот-сигналів

Назва сигнального сузір'я	Код пілот-сигналу
НАР 8	0
QAM 8	1
НАР 16	7
QAM 16	1
НАР 32	3
QAM 32	9
НАР 64	19
QAM 64	11
НАР 128	37
QAM 128	57

Розрахунок завадостійкості сигнальних сузір'їв

Статистичний метод багатократної імітації сумарного вектора сигналу і шуму з подальшим прийняттям рішення за правилом Котельникова потребує для достатньої точності не менш ніж $20/P^*$ спроб імітації кожного сигналу, де P^* — середнє значення ймовірності помилки розрізнення сигналів при заданому відношенні сигнал/шум. Тому статистичний розрахунок в області великих відношень сигнал/шум, де властивості маніпуляційних кодів проявляються найбільш повно, вимагає дуже великої кількості вимірювань. Тому розрахунок було здійснено аналітично, методом

інтегрування двовимірної функції розподілу густини ймовірності значень суміші сигналу з білим шумом в областях сигналів. Такий розрахунок дозволяє визначити як ймовірності помилок розрізнення кожної пари сигналів сузір'я, так і ймовірності помилок у кожному двійковому розряді кодів сигналів.

Як відомо, функції розподілу ймовірностей миттєвих значень сигналу, що включає в себе інформаційний сигнал з координатами (x, y) та заваду, яка відповідає моделі білого шуму:

$$\omega(x) = \frac{1}{\sqrt{2x\sigma_x}} e^{-\left[\frac{(\bar{x}-x)^2}{2(\sigma_x)^2}\right]}; \quad \omega(y) = \frac{1}{\sqrt{2x\sigma_y}} e^{-\left[\frac{(\bar{y}-y)^2}{2(\sigma_y)^2}\right]}. \quad (1)$$

При цьому параметри розподілу ймовірностей значень шуму не залежать від координатної системи приймача:

$$\sigma_e = \sigma_x = \sigma. \quad (2)$$

Тоді інтегральні функції розподілу набирають такого вигляду:

$$F(X) = \int_{-\infty}^X \omega(x) dx = \frac{1}{2x} \int_{-\infty}^{\frac{(\bar{x}-x)}{\sigma}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \Phi(Z) = \Phi\left[\frac{(\bar{x}-x)}{\sigma}\right]; \quad (3)$$

$$F(Y) = \int_{-\infty}^Y \omega(y) dy = \frac{1}{2x} \int_{-\infty}^{\frac{(\bar{y}-y)}{\sigma}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \Phi(Z) = \Phi\left[\frac{(\bar{y}-y)}{\sigma}\right],$$

де $\Phi(Z)$ — інтеграл Лапласа.

Для сигнальних сузір'їв *QAM* областями сигналів (окрім периферійних сигналів сузір'я) є квадрати, центри яких збігаються із сигнальними точками, а сторони перпендикулярні до відрізків, що сполучають сигнальні точки. У такому разі згідно з основними положеннями теорії ймовірностей інтегральне значення ймовірності прийняття рішення за правилом Котельникова на користь сигнальної точки J при передаванні через канал із білим шумом сигналу, що відповідає точці I , визначається спільною ймовірністю:

$$P_{ij} = P x_{ij} P y_{ij} = (\Phi((x_a - x_i)/\sigma) - \Phi((x_b - x_i)/\sigma))(\Phi((y_c - y_i)/\sigma) - \Phi((y_b - x_i)/\sigma)), \quad (4)$$

де $P x_{ij}$ — ймовірність потрапляння проекції сигнальної точки на виході каналу з білим шумом у діапазон значень координат x , який належить околу точки J , якщо на вході каналу — сигнал I ; $P y_{ij}$ — ймовірність потрапляння в діапазон значень координат y , який належить околу точки J , проекції сигнальної точки на виході каналу з білим шумом, якщо на вході каналу — сигнал I ; $\Phi((x_a - x_i)/\sigma)$ — значення функції Лапласа, коли аргументом є відношення різниці координат x точок A та I до дисперсії миттєвих значень σ білого шуму ($\sigma = \sqrt{P_3}$, де P_3 — середня потужність завади).

Результати моделювання графіків функцій розподілу ймовірностей амплітуд суміші сигналу з гаусівським шумом зображено на рис. 5.

Позначивши $\Delta x = x_j - x_i$, $\Delta y = y_j - y_i$ та врахувавши, що $x_a - x_i = 0,5d0e$, $x_b - x_i = 0,5d0e$, $y_c - y_i = 0,5d0e$, $y_b - y_i = 0,5d0e$, дістанемо:

$$P_{ij} = (\Phi((\Delta x + 0,5d0e)/\sigma) - \Phi((\Delta x - 0,5d0e)/\sigma))(\Phi((\Delta y + 0,5d0e)/\sigma) - \Phi((\Delta y - 0,5d0e)/\sigma)). \quad (5)$$

Формула (5) описує залежність ймовірності прийняття рішення про прийом не периферійної точки сузір'я *QAM* з координатами $(x_i + \Delta x, y_i + \Delta y)$ при передаванні сигналу (x_i, y_i) через канал із білим шумом.

Для периферійних точок розрахункова формула дещо спрощується. Справді, якщо у (5) одна зі змінних x_a, x_b, y_b або y_c відповідно до положення точки набуває значення $\pm \infty$, то тоді один із інтегралів Лапласа дорівнює нулю або одиниці. Незалежно від того, якого саме значення набуває один з інтегралів Лапласа, одна з ймовірностей $P x_{ij}$ або $P y_{ij}$ має те саме значення:

$$\begin{aligned} P x_{ij} &= \Phi((\Delta x + 0,5d0e)/\sigma) = 1 - \Phi((\Delta x - 0,5d0e)/\sigma); \\ P y_{ij} &= \Phi((\Delta y + 0,5d0e)/\sigma) = 1 - \Phi((\Delta y - 0,5d0e)/\sigma); \\ P_{ij} &= P x_{ij} P y_{ij}. \end{aligned} \quad (6)$$

Отже, в обох випадках геометричній симетрії сигнального сузір'я відповідає симетрія ймовірностей помилок.

Для кутових периферійних точок розрахункова формула спрощується ще більше. У такому разі в (5) значення $\pm \infty$ набуває не одна зі змінних x_a, x_b, y_b або y_c , а — дві з них. Тоді нульового чи одиничного значення набувають два з інтегралів Лапласа. Отже, ймовірності $P x_{ij}$ і $P y_{ij}$ визначаються так:

$$\begin{aligned} P x_{ij} &= \Phi((\Delta x + 0,5d0e)/\sigma) = 1 - \Phi((\Delta x - 0,5d0e)/\sigma); \\ P y_{ij} &= \Phi((\Delta y + 0,5d0e)/\sigma) = 1 - \Phi((\Delta y - 0,5d0e)/\sigma); \\ P_{ij} &= (1 - \Phi((\Delta x - 0,5d0e)/\sigma))(1 - \Phi((\Delta y - 0,5d0e)/\sigma)). \end{aligned} \quad (7)$$

Аналогічно розв'язується задача і для сузір'їв *HAP*. Відмінність полягає у змінних межах інтегралів функції розподілу ймовірностей, що є наслідком шестикутної форми областей сигналів.

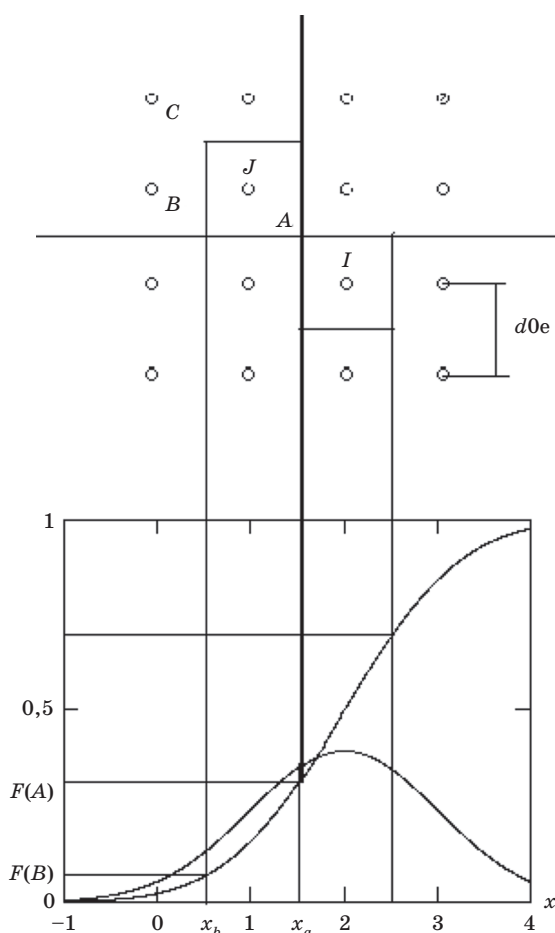


Рис. 5. Функції розподілу ймовірностей амплітуд суміші сигналу з гауссівським шумом в області сигналу сузір'я QAM16

Рецензент: доктор техн. наук, професор **В. В. Поповський**, Харківський національний університет радіоелектроніки.

V. B. Tolubko, L. N. Berkman, S. V. Kozelkov, A. A. Kilmeneinov
**МАНИПУЛЯЦИОННОЕ КОДИРОВАНИЕ СИГНАЛЬНЫХ СОЗВЕЗДИЙ
 ГЕКСАГОНАЛЬНОЙ АМПЛИТУДНО-ФАЗОВОЙ МОДУЛЯЦИИ**

Показано, что основным свойством многочастотного сигнала с ортогональными несущими (OFDM), существенно влияющим на помехоустойчивость канала передачи информации, является способ построения сигнального созвездия. Предложены эффективные манипуляционные коды. Представлена методика расчета помехоустойчивости системы, для которой скорость передачи информации достигает пропускной способности канала связи.

Ключевые слова: сигнальное созвездие; манипуляционные коды; евклидово расстояние; помехоустойчивость; пилот-сигнал.

V. B. Tolubko, L. N. Berkman, S. V. Kozelkov, O. A. Kilmeneinov
**MANIPULATE ENCODING HEXAGONAL AMPLITUDE PHASE MODULATION
 SIGNALLING CONSTELLATIONS**

It's shown that the main property of OFDM signal essentially influencing a noise stability of information transmission channel is the method of signal constellation construction.

Keywords: signalling constellation; manipulate code; Euclidean distance; pilot signal.

Висновки

◆ Досліджено завадостійкість двійкових каналів, побудованих на основі маніпуляційних кодів для сузір'їв гексагональної амплітудно-фазової модуляції (НАР).

◆ Запропоновано метод розрахунку завадостійкості сигнальних сузір'їв, який дозволяє визначати не лише ймовірності помилок розрізнення кожної пари сигналів сузір'я, а й ймовірності помилок у кожному двійковому розряді кодів сигналів.

Список використаної літератури

1. Толубко В. Б., Беркман Л. Н., Козелков С. В. Формування багатопозиційного сигналу технології 5G на базі фазорізницевої модуляції високого порядку // Зв'язок. 2016. № 4. С. 5–7.
2. Толубко В. Б., Беркман Л. Н., Орлов Є. В. Багатокритеріальна оптимізація параметрів програмно-конфігурованих мереж // Телекомунікаційні та інформаційні технології. 2014. № 4. С. 3–8.
3. Толубко В. Б., Беркман Л. Н., Гороховський Є. П. Затримка інформації в одно- та багатоканальних системах із пуассонівським і довільним вхідним потоком та довільним часом обслуговування // Зв'язок. 2017. № 3. С. 3–7.
4. Порівняльна характеристика завадостійкості систем при використанні N -вимірних багатопозиційних сигналів / В. Б. Толубко, Л. Н. Беркман, С. І. Отрох [та ін.] // Наукові записки УНДІЗ. 2017. № 2(46). С. 5–11.