

УДК 004.054

І. М. ГАМАНЮК,

Державний університет телекомунікацій, Київ

Методи розрахунку помилок 1-го і 2-го роду при прийнятті рішення про функціональний стан системи підтримки прийняття рішень

Розглянуто можливості розрахунку помилок 1-го і 2-го роду при прийнятті рішення про функціональний стан системи підтримки прийняття рішень як за допомогою формули біноміального розподілу, так і з використанням формул Стірлінга та Пуассона.

Ключові слова: система підтримки прийняття рішень; помилки 1-го і 2-го роду; біноміальний розподіл; формула Стірлінга; формула Пуассона.

Вступ

Система підтримки прийняття рішень (СППР) являє собою сукупність багаторівневої розгалуженої системи органів і пунктів управління, оснащених засобами автоматизації, та системи зв'язку, яка реалізує взаємодію між компонентами системи управління.

Зважаючи на сучасні вимоги до управління, доводимо висновку, що високий рівень автоматизації управління і зв'язку всіх управлінських ланок є неодмінною умовою підвищення можливостей та ефективності застосування задіяних сил та засобів. Таким чином, основною метою створення та впровадження комплексів засобів автоматизації управління є підвищення ефективності системи управління, тобто ступеня успішності виконання органами управління функцій з реалізації власних потенційних можливостей. Саме тут постає проблема оцінювання ефективності СППР.

Метою статті є дослідження проблеми оцінювання ефективності СППР за існуючими методиками із розробленням відповідних рекомендацій, а також створення методики кількісного оцінювання ефективності СППР як здатності розв'язувати задачі із заданої множини в черговості їх надходження, у заданих умовах, за час, що не перевищує заданого, і з якістю, не нижчою від заданої.

Вочевидь, оцінити ефективність системи одним показником неможливо. Проте в усякому разі бажано, щоб сукупність таких показників була мінімальна, оскільки будь-яке збільшення вимірності вектора показників істотно ускладнює роботу з ним. Тому мінімальна сукупність має містити принаймні два показники.

Перший показник може, скажімо, характеризувати корисний ефект, для отримання якого було створено систему, а другий відбивати витрати, ціною яких цей ефект досягається.

Утім для спрощення моделі вплив другого показника не розглядається.

Основна частина

Зрештою СППР можна визначити як складну людино-машинну інформаційно-розрахункову систему ієрархічної структури, що включає в себе осіб, котрі приймають управлінські рішення, перебуваючи на рівні, нижчому від розглядуваного; комплекс засобів автоматизації і зв'язку, що забезпечує необхідну обробку та обмін інформацією, а також фахівців, що забезпечують функціонування цього комплексу.

Перш ніж подати алгоритм пошуку місця функціональної відмови в ієрархічній СППР, розіб'ємо СППР на два взаємозв'язані компоненти C_1 і C_2 (рис. 1), з яких C_1 вищий, а C_2 , у свою чергу, нижчий за ієрархією.

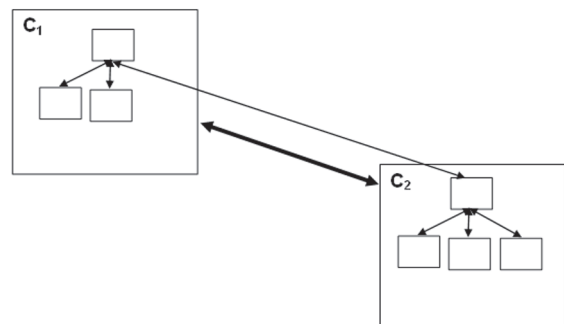


Рис. 1. Розбиття ієрархічної системи підтримки прийняття рішень на компоненти C_1 і C_2

Алгоритм пошуку місця функціональної відмови унаочнює схема, наведена на рис. 2. Зміст використаних позначень розкрито в тексті.

За вибіркою обсягом L прийнято рішення про функціональну непридатність системи: $P_{\Phi} < P_{\Delta}$. Тут P_{Φ} — функціональна ймовірність успішного розв'язання задач;

P_{Δ} — допустима ймовірність ефективного функціонування системи.

У процесі функціонування системи за кожною спробою визначається, який саме з компонентів C_1 і C_2 відмовив, а який відпрацював нормально.

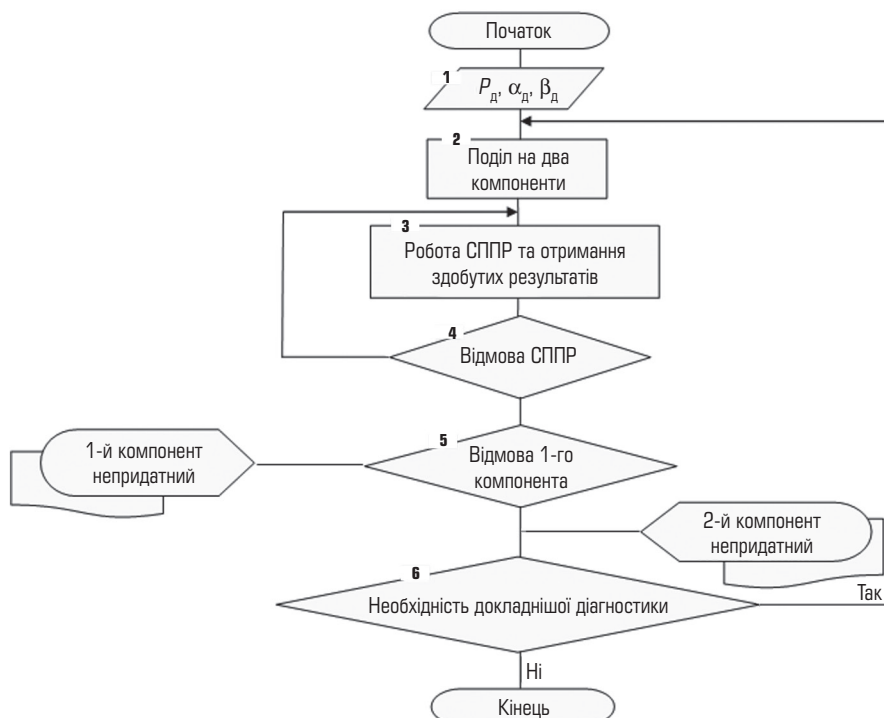


Рис. 2. Алгоритм пошуку місця функціональної відмови в ієрархічній системі прийняття рішень

Для кожного із зазначених компонентів обчислюємо кількість успіхів — відповідно v_1 і v_2 .

Знаходимо оцінки функціональної ефективності даних компонентів у вигляді

$$P_{\phi 1}^* = v_1/L_1, \quad P_{\phi 2}^* = v_2/L_2.$$

Це дозволяє визначити функціональну придатність кожного компонента при $P_{\phi 1} \geq P_{\phi 1}^*$, $P_{\phi 2} \geq P_{\phi 2}^*$, де $P_{\phi 1}$ і $P_{\phi 2}$ — істинні значення ймовірності успішної роботи компонентів, а $P_{\phi 1}^*$ і $P_{\phi 2}^*$ — мінімально допустимі значення цих ймовірностей.

Останні задовольняють співвідношення $P_{\phi 1} \cdot P_{\phi 2} = P_d$, оскільки компоненти C_1 і C_2 сполучені послідовно за ефективністю.

Рішення про функціональну придатність або непридатність компонента СППР, який, у свою чергу, є системою підтримки прийняття рішень, приймається на основі порівняння функціональної ймовірності P_{ϕ} успішного розв'язання задач з допустимою ймовірністю P_d ефективного функціонування системи, якщо задовольняються вимоги до рівня помилок 1-го і 2-го роду. Ці помилки неодмінно трапляються внаслідок статистичного характеру задачі.

Помилка α 1-го роду — визнання системи функціонально непридатною, тоді як насправді вона функціонально придатна.

Помилка β 2-го роду — визнання системи функціонально придатною, тоді як вона, навпаки, функціонально непридатна.

При цьому маємо:

$$\alpha + \beta = 1. \quad (1)$$

Ймовірність α помилки 1-го роду при будь-яких даних L незалежних випробуваннях, коли

P — ймовірність події, що полягає в успішному розв'язанні задачі в разі кожної окремої спроби при кількості v успіхів визначиться виразом:

$$\alpha = \sum_{k=0}^v C_L^k P^k (1-P)^{L-k}, \quad (2)$$

де C_L^k — сполучення з k елементів по L ,

$$C_L^k = \frac{L!}{k!(L-k)!}. \quad (3)$$

Ймовірність β помилки 2-го роду визначається з рівності (1):

$$\beta = 1 - \alpha.$$

При цьому визначено обмеження:

$$\alpha \leq \alpha_d, \quad \beta \leq \beta_d,$$

За порогоми α_d і β_d визначаються граничні ймовірності P_0 і P_1 (рис. 3).

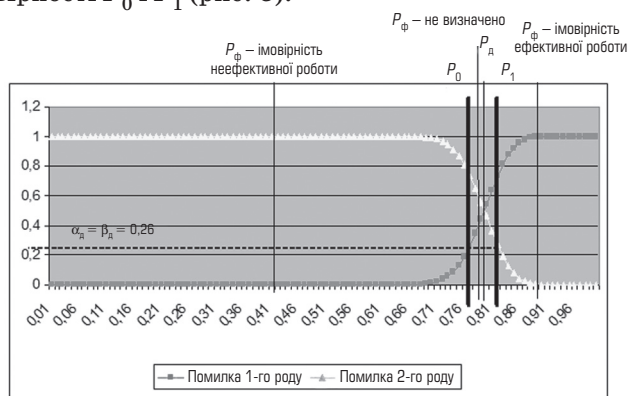


Рис. 3. Визначення граничних ймовірностей P_0 і P_1

З'ясуємо, як приймається рішення щодо ефективної придатності даного компонента.

При $P_{\phi} < P_0$ компонент працює не ефективно.

Коли P_Φ міститься в межах від P_0 до P_1 , тобто за умови $P_\Phi > P_0$ і $P_\Phi < P_1$, ефективність роботи компонента не визначено.

При $P_\Phi \geq P_1$ компонент працює ефективно.

Таким чином, перевіряючи кожний компонент СППР на функціональну непридатність, приймаємо рішення щодо місця відмови.

У разі необхідності точнішого визначення місця відмови окремі непридатні компоненти СППР чи СППР у цілому розбиваються на два фрагменти і пошук місця відмови повторюється.

Отже, імовірність α помилки 1-го роду при будь-яких даних L незалежних випробуваннях визначається згідно з формулою (2).

Розподіл кількості v успіхів у серії з L випробувань є біноміальний:

$$P_L(v = k) = C_L^k P^k (1-P)^{L-k}, \quad (4)$$

де $k = 0, 1, 2, \dots$

При великих L і k дістаємо наближене значення P_L за формулою Стірлінга

$$n! \approx \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n} \left(1 + \frac{1}{12n} + \frac{1}{288n^2} + \dots\right). \quad (5)$$

Остаточно маємо:

$$P_L \approx \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad (6)$$

де $\sigma = \sqrt{LP(1-P)}$; $x = \frac{k-LP}{\sigma}$.

Після підставлення формули (6) у (2) та при великих L і k дістаємо функцію $F(v)$ інтегрального розподілу, що визначає помилку α 1-го роду:

$$F(v) = \int_{-\infty}^v \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx. \quad (7)$$

Графік цієї функції при $P = 0,8$ зображено на рис. 4.

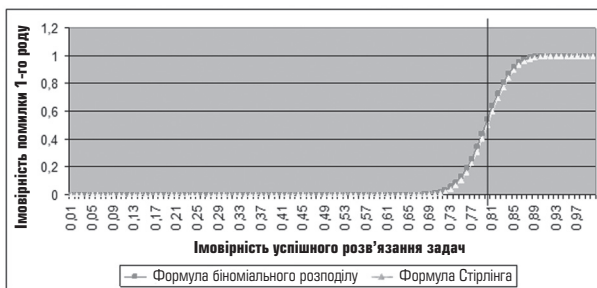


Рис. 4. Імовірність помилки 1-го роду, обчислена за формулою біноміального розподілу та формулою Стірлінга

При малих значеннях P точніше значення ймовірності P_L дає формула Пуассона:

$$P_L \approx \frac{y^k}{k!} e^{-y}, \quad (8)$$

де $y = LP$.

Підставивши (8) у формулу (2), визначаємо помилку α 1-го роду.

Графічну ілюстрацію подано на рис. 5 і 6 — відповідно при $P = 0,8$ і $P = 0,2$.

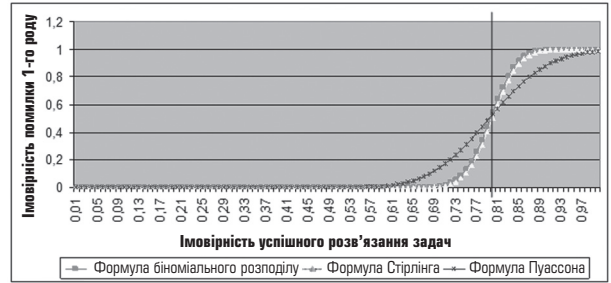


Рис. 5. Імовірність помилки 1-го роду, обчислена за формулою біноміального розподілу, формулою Стірлінга та формулою Пуассона при великих значеннях P

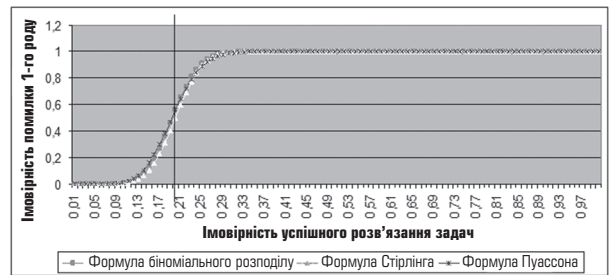


Рис. 6. Імовірність помилки 1-го роду, обчислена за формулою біноміального розподілу, формулою Стірлінга та формулою Пуассона при малих значеннях P

Висновки

1. Проаналізовано алгоритм пошуку місця відмови компонентів СППР, досліджено проблему оцінювання ефективності цієї системи, а також запропоновано рекомендації щодо підрахунку помилок 1-го і 2-го роду.

2. Помилки 1-го і 2-го роду можуть бути обчислені як за допомогою формули біноміального розподілу, так і з використанням формул Стірлінга і Пуассона.

3. Формулу Стірлінга є сенс застосовувати при великих L і k , коли визначення відповідних факторіалів у формулі біноміального розподілу може призвести до збою в програмі ЕОМ, а при великих значеннях P немає сенсу застосовувати формулу Пуассона.

Зрештою при визначенні функціонального стану СППР для розрахунку помилок 1-го і 2-го роду пропонуються методи, найбільш прийнятні в кожному конкретному випадку.

4. Подальші дослідження варто зосередити на визначенні меж значень ймовірностей помилок 1-го і 2-го роду.

Список використаної літератури

1. Козелков С. В., Бондарчук А. П., Браїловський Н. Н. Формалізація задачі дослідження спеціальних систем передачі інформації // Зв'язок. 2016. № 4. С. 25–27.

2. Бондарчук А. П., Сенков О. В., Полоневич О. В. Методи упрощення моделей інформаційних систем // Зв'язок. 2017. № 4. С. 8–10.

3. Оцінка процесів функціонально-структурної реорганізації організаційно-технічної системи / В. В. Вишнівський, А. П. Бондарчук, Ю. І. Катков, С. О. Серих // Системи управління, навігації та зв'язку. 2018. №1(47). С. 44–47.

4. Математическая модель распределения информационных потоков / С. В. Козелков, А. П. Бондарчук, К. П. Сторчак и др. // Проблемы инфокоммуникаций. 2018. №1(7). С. 13–22.

5. Золотухіна О. А., Шушура О. М. Функціональне моделювання інформаційної системи управління ресурсами підприємства в умовах невизначеності або недостовірності даних // Зв'язок. 2017. № 6. С. 52–57.

6. Козелков С. В., Шушура А. Н. Методика синтеза информационной технологии нечеткого управления на основе функций принадлежности нескольких аргументов // The Scientific heritage. 2018. № 22. С. 69–73.

7. Онищенко В. В. Управління інформаційною системою з дискретно-неперервною динамікою // Системи управління, навігації та зв'язку. 2015. Вип. 3(35). С. 37–39.

8. Шушура А. Н., Тарасова И. А. Синтез структуры и алгоритмов системы нечеткого управления с использованием функций принадлежности нескольких аргументов // Universum: технические науки. 2014. №4(5).

9. Шушура А. Н., Тарасова И. А. Метод нечеткого управления на основе переменных с многомерными функциями принадлежности // Искусственный интеллект. 2010. № 1. С. 122–128.

10. Шушура А. Н., Аниканов В. С. Кластеризация данных с использованием нечетких отношений // Искусственный интеллект. 2006. № 1. С. 139–145.

11. Онищенко В. В. Динамические системы с дробной динамикой и импульсным воздействием // Зв'язок. 2014. № 6. С. 10–15.

Рецензент: доктор техн. наук, професор В. В. Вишнівський, Державний університет телекомунікацій, Київ.

И. М. Гаманюк

МЕТОДЫ РАСЧЕТА ОШИБОК 1-ГО И 2-ГО РОДА ПРИ ПРИНЯТИИ РЕШЕНИЯ О ФУНКЦИОНАЛЬНОМ СОСТОЯНИИ СИСТЕМЫ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Рассмотрены возможности расчета ошибок 1-го и 2-го рода при принятии решения о функциональном состоянии системы поддержки принятия решений как при помощи формулы биномиального распределения, так и с использованием формул Стирлинга и Пуассона.

Ключевые слова: система поддержки принятия решений; ошибки 1-го и 2-го рода; биномиальное распределение; формула Стирлинга; формула Пуассона.

I. M. Gamaniuk

THE TYPE I AND TYPE II ERRORS CALCULATION METHODS DURING DECISION MAKING PROCESS ABOUT THE FUNCTIONAL STATE OF THE DECISION SUPPORT SYSTEM

In this article the decision support system is considered as a complex human-machine computing information system which has hierarchical structure. It includes people, that take decisions, who have level lower in relation to the level under consideration. And it includes complex of automation means and communication, that providing the necessary processing and information exchange.

It is investigated the problems of evaluation of the decision support system functional suitability.

It is considered the search algorithm of a functional failure place in the hierarchical decision support system. The system can be divided into two elements. In the process of the system functioning, for each attempt, it is determined which of the elements was not effective, and which worked out normally, that allows you to determine the functional suitability of each element.

It is noted that the decision on the functional suitability or not suitability of the decision support system element is taken on the basis of a comparison of the functional probability of a problem successful solution with the acceptable probability of the element effective functioning, as well as on the requirements satisfaction for the level of errors of type I and II, which certainly occur because of the statistical nature of the task. In this way, verifying each element of the decision support system on the functional suitability, a decision is made regarding the failure place.

It is generated recommendations for the calculation of type I and II errors not only by the binomial distribution formula, but also by Stirling's and Poisson's formulas. The comparative graphs are worked out. Conditions for using the Stirling and Poisson formulas are defined. The Stirling's formula is desirable for the large sample size values and for the large number of successes, when the definition of their factorials in the formula of binomial distribution can lead to a failure. For large probabilities, it is not desirable to use the Poisson formula because of the strong difference with the values calculated by the formula of the binomial distribution.

It is indicated a further research direction for determining the boundaries of the probability values of type I and II errors.

Keywords: decision support system; type I and II errors; binomial distribution formula; Stirling's formula; Poisson's formula.