

УДК 004.85

DOI: 10.31673/2412-9070.2020.051215

В. В. ЖЕБКА, канд. техн. наук, доцент,
Державний університет телекомунікацій, Київ

МОДЕЛЮВАННЯ МАРКОВСЬКОГО ВИПАДКОВОГО ПОЛЯ З МЕТОЮ ЙОГО ПОДАЛЬШОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ТА ЗАСТОСУВАННЯ

Досліджено моделі марковського випадкового поля. Визначено основні вдосконалення моделі марковського випадкового поля. Якщо ж розглядати марковські моделі випадкових полів із бінарними умовними розподілами, які охоплюють стохастичну еволюцію в часі, котра ґрунтується на структурі авторегресії для великомасштабної моделі, то ці моделі зберігають гнучкість статичних моделей марковського випадкового поля для відтворення уявлення просторової залежності в дрібномасштабній складовій моделі. Байсова оцінка в цьому разі досягається завдяки використанню так званого алгоритму, що вимагає генерації допоміжних випадкових полів, але не потребує використання ідеальних зразків.

Марковські випадкові поля є потужним інструментом у машинному навчанні. Моделювання таких полів між різнорідними об'єктами зазвичай призводить до того, що вузли в графі належать до різних типів даних. Щоб моделювати неоднорідні ділянки за допомогою графічних моделей, необхідно призначити для вузлів моделі різні типи розподілів (двійковий, гауссівський, пуассонівський, показників, експоненційний тощо).

У статті розглянуто поняття умовних випадкових полів, встановлено їх особливості, переваги та недоліки. Проаналізовано застосування двійкових даних у марковських моделях випадкових полів, що породжує клас моделей двійкових марковських випадкових полів. Визначено, що дискретний характер марковських випадкових полів допускає більш широкий діапазон можливих значень залежності, тобто негативну залежність.

Досліджено модель, функцію втрат та розподіл функції марковського випадкового поля. Запропоновано підсилення марковських випадкових полів. Розглянуто попарно експоненційне марковське випадкове поле.

Ключові слова: марковське випадкове поле; оптимізація; функція втрат; розподіл; попарно експоненційне марковське випадкове поле.

Вступ

Сьогодні стрімко зростає інтерес до стохастичного моделювання і навчання зі складними даними, елементи яких структуровані й взаємозалежні. Найбільш вдалимими методами для моделювання залежностей даних є методи, які ґрунтуються на графічних моделях, що являють собою комбінацію теорії графів і теорії ймовірностей.

Моделі марковського випадкового поля, які ми розглядаємо в цій статті, ґрунтуються на часто цитованій статті Джуліана Бесага [1]. У цій статті Бесага дає загальне формулювання моделей марковського випадкового поля з класу експонентних сімейств, зокрема спільної та умовної специфікації для моделей авторегресії, яку він називає автонормальною, автологістичною, автобіноміальною і автопуассонівською. Кайзер і Крессі в [2; 3] надають більш загальний доказ побудови цих спільних розподілів, а також умови, в яких існують розподіли. Також у [2; 3] надано оновлену параметризацію для цих моделей авторегресії. Ця параметризація використовує центрування для інтерпретації просторової залежності, яка впливає на параметр структури за умови, що просторова залежність не занадто велика.

Оцінювання цих моделей може бути здійснено з використанням методу псевдорефлексії, у якому спільний розподіл апроксимується за допомогою добутку умовних розподілів для кожної точки в полі. Такі методи потрібні через нормалізуючу константу, наявну в спільному розподілі. Метод Монте-Карло також було розроблено для оцінювання нормалізуючої константи [4], щоб або використовувати методи максимальної правдоподібності, або скасувати їх для застосування в байєсівських методах. Байєсові методи потребують використання допоміжного поля, щоб відмінити нормалізуючу константу. У деяких дослідженнях допоміжне поле має бути «ідеальним зразком», який можна дістати зчепленням у попередньому алгоритмі [5; 6]. Допоміжне поле, здобуте однокроковою вибіркою Гібса з даними як відправна точка, потребує значно меншої кількості обчислень і, отже, може використовуватися для полів, які містять набагато більше точок, ніж методи, що вимагають ідеального зразка.

Байєсові методи оцінювання параметрів у моделях MRF дають можливість застосовувати ієрархічні методи для включення часової залежності. Тобто включення часового процесу на параметрах моделі MRF для серії полів, що виникають у часі. Байєсові методи також дають змогу порівнювати методіку ієрархічного моделювання до точкового методу включення часової залежності в моделі марковського випадкового поля. Слід зазначити, що в цьому разі передусім необхідно використовувати байєсові методи під час добору моделей марковського випадкового поля до даних. Тут слід розробляти статистику, яка може використовуватися з байєсовими методами як апостеріорні прогнози величини.

© В. В. Жебка, 2020

Якщо розглянути марковські моделі випадкових полів із бінарними умовними розподілами, які охоплюють стохастичну еволюцію в часі, що ґрунтується на структурі авторегресії для великомасштабної моделі, то можна дійти такого висновку: ці моделі зберігають гнучкість статичних моделей марковського випадкового поля для відтворення уявлення просторової залежності в дрібномасштабній складовій моделі. Байєсова оцінка в цьому разі досягається завдяки використанню так званого алгоритму, що потребує генерації допоміжних випадкових полів, але не вимагає використання ідеальних зразків.

Основна частина

Як графічну модель марковське випадкове поле задає спільний розподіл $Pr(x)$ по неорієнтованому графу G . Марковське випадкове поле істотно більш загальне, ніж байєсівські мережі у понятті, що кожному байєсову мережу можна перетворити в марковське випадкове поле, спочатку підключивши всіх батьків кожної змінної, а потім вилучивши стрілки на краях.

Умовна незалежність забезпечується тією властивістю, що змінні x_i і x_j є умовними, незалежними одна від одної, якщо ми знаємо значення підмножини змінних, які блокують будь-які шляхи від вузла i до вузла j . Корисний набір блокувальних вузлів — це марковське покриття, яке містить усіх сусідів вузла. Як тільки марковське покриття вузла i відомо, ми можемо бути впевнені, що x_i не залежить від інших вузлів.

Цю умову зазвичай називають властивістю Маркова, і вона забезпечується принципом Хаммерслі.

Нехай $G = (V, E)$ — неорієнтований граф із множиною вершин V і безліччю ребер E . Набір випадкових величин $V_{ij} \in A$ утворює марковське випадкове поле стосовно G , якщо виконано такі умови:

1. $\forall v \in V \ P(V = v) > 0$;
2. $P(V_i = v_i | v_j = v_j, j \in A \setminus \{i\}) = P(V_i = v_i | v_j = v_j, j \in d_i)$.

Марковське випадкове поле — модель у вигляді графа, яка відбиває подання загальних розподілів набору кількох випадкових змінних. Іншими словами — це інструмент для моделювання відношень між великими, багатовимірними даними. Поле складається з таких компонентів:

- ♦ неорієнтованого графа $G = (V, E)$, в якому вершини $v \in V$ відбивають випадкову змінну, а ребра $e = (v_1, v_2) \in E$ — залежність між випадковими величинами v_1, v_2 .
- ♦ набору потенційних функцій ϕ_i , що описують стан випадкової величини на i -й ітерації.

Марковські випадкові поля є потужним інструментом у машинному навчанні. Часто доводиться моделювати такі поля між різнорідними об'єктами, призводячи до того, що вузли в графі належать до різних типів даних. Наприклад, аналізуючи гетерогенну мережу доводиться засвідчувати вихід з ладу її компонентів на основі сукупності різних параметрів мережі й факторів, що впливають на неї. Щоб моделювати такі неоднорідні ділянки за допомогою графічних моделей, необхідно призначати для вузлів моделі різні типи розподілів (двійковий, гауссівський, пуассонівський, показників, експоненційний і ін.). Оцінювання таких моделей є досить складним.

Вершини, що не є суміжними, мають відповідати умовно незалежним випадковим величинам. Група суміжних вершин утворює кліку, набір станів вершин є аргументом відповідної потенційної функції.

Спільний розподіл набору випадкових величин $X = \{x_n\}$ у марковському випадковому полі визначається за формулою

$$P(x) = \frac{1}{Z} \prod_n \phi_n(x_i),$$

де $\phi_n(x_i)$ — потенційна функція, що описує стан випадкових величин n -ї вершини; Z — коефіцієнт нормалізації, що обчислюється за виразом

$$Z = \sum_{x \in X} \prod_n \phi_n(x_i).$$

Слід згадати теорему Хаммерслі-Кліффорда: V є марковським випадковим полем, якому відповідають $G = (V, E)$ тоді й тільки тоді, коли $P(V = v)$ є розподілом Гіббса.

Умовним випадковим полем називається марковське випадкове поле, у якого безліч вершин поділено на дві множини, що не перетинаються: $V = X \cup Y$, де X і Y — множина відповідно спостережуваних і прихованих змінних.

Завдання прогнозування полягає в тому, щоб оптимальним чином відновити значення y за умови, що нам дані спостережувані x . Врахувавши теорему Хаммерслі-Кліффорда, дістанемо таку рівність:

$$p(y|x) = \frac{1}{Z(x)} \prod_{i \in I} \psi_i(x, y),$$

де $Z(x) = \sum_{y \in Y} \prod_{i \in I} \psi_i(x, y')$ — статистична сума, функція ψ_i з якої визначається так:

$$\Psi_i = e^{\sum_{n=1}^k f_n(x,y)}.$$

У роботах [3; 2] було продемонстровано більшу ефективність вибору умовних випадкових полів на лінійному ланцюжку (Linear-chain CRF) як статистична модель.

Умовні випадкові поля (*Conditional Random Fields (CRF)*) — дискримінаторна ненапрявлена ймовірнісна графічна модель, що є різновидом марковських випадкових полів.

Найпоширенішою в застосуванні є модель лінійного CRF. Ця модель найчастіше застосовується для розв'язання завдань позначення й сегментації послідовностей. Це алгоритм машинного навчання із учителем.

Недоліки CRF:

◆ обчислювальна складність аналізу навчальної вибірки, що утруднює постійне відновлення моделі в разі надходження нових навчальних даних;

◆ не працює з невідомими даними (тобто з даними, що не зустрілися в навчальній вибірці).

Переваги CRF:

◆ за допомогою правильного вибору ознак можна досягти високої якості тегування;

◆ метод досить гнучкий у виборі ознак для навчання, причому наявність умовної незалежності змінних не є обов'язковою умовою.

Застосування двійкових даних у марковських моделях випадкових полів породжує клас моделей двійкових марковських випадкових полів.

Дискретний характер марковських випадкових полів допускає більш широкий діапазон можливих значень залежності, тобто негативну залежність. Негативна залежність у моделях марковського випадкового поля зазвичай пов'язана з пуассонівськими відповідями. Це пояснюється тим, що просторовий параметр для моделі марковського випадкового поля з пуассонівськими випадковими величинами дає змогу ухвалювати тільки негативні значення [7]. Були спроби ввести моделі марковського випадкового поля з додатною просторовою залежністю [8], але природний стан цієї моделі — від'ємна залежність.

Розглянемо запропоноване підсилення марковських випадкових полів.

Для набору слабких учнів $\{F_n(x,z)\}$, $n = 1, \dots, N$, прискорення подамо у вигляді лінійної комбінації, яка формує сильного учня в такий спосіб:

$$G(x,z) = \sum_{n=1}^N \omega_n F_n(x,z),$$

де ω_n — відповідні ваги.

У повністю контрольованій обстановці з n спостереженнями $\{x^{(l)}, z^{(l)}\}$, $l = 1, \dots, k$, ми прагнемо мінімізувати експонентну втрату рівняння

$$L_e = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_x \exp\{G(x, z^{(l)}) - G(x^{(l)}, z^{(l)})\}.$$

Проте, під час часткового спостереження ми маємо тільки видиму частину $v^{(l)}$ і $x^{(l)}$ для екземпляра l . Пропонуємо мінімізувати неповні втрати від

$$L = \sum_l \sum_v \exp(G(v, z^{(l)}) - G(v^{(l)}, z^{(l)})). \quad (1)$$

У цьому налаштуванні на кроці t сильний учень $G^t(v, z)$ оновлюється завдяки додаванню слабого учня $F^t(v, z)$ до попереднього $G^{t-1}(v, z)$ у такий спосіб:

$$G^t(v, z) = G^{t-1}(v, z) + \alpha^t F^t(v, z), \quad (2)$$

де α^t — вага кожного слабого учня в ансамблі. Слабкий учень і його ваги вибираються так, щоб мінімізувати втрати в рівнянні (1), тобто

$$(F^t, \alpha^t) = \arg \min_{F, \alpha} L. \quad (3)$$

Оскільки нас цікавить оцінка розподілу $Pr(v|z)$, ми можемо вибрати слабого учня, що навчається, як $F(v, z) = \log Pr(v|z)$. Однак, якщо ми використовуємо розподіл, справедливий за загальною марковською мережею, обчислення слабого учня саме собою важкорозв'язне. У цьому разі доречно використовувати остовні дерева як слабкі учні. Отже, остовні дерева є слабкими наближеннями до всієї мережі. Учні на основі сполучного дерева «слабкі», оскільки вони є грубими наближеннями дійсної моделі

$$F(v, z) = \log Pr_\tau(v|z), \quad (4)$$

де τ — індекс остовних дерев у мережі. Цей вибір також дає можливість долучати набір прихованої інформації, оскільки

$$F(v, z) = \log \sum_h Pr_{\tau}(v, h|z). \tag{5}$$

Таким чином, сильний учень G являє собою набір дерев, і тому зручно застосовувати зазначене покращення до алгоритму градієнтного бустингу.

За допомогою такої процедури вибору дерева і враховуючи той факт, що сильний учень — це зважена сума логарифмічної ймовірності дерева, неповна експозиція власних втрат (рівняння (1)) на кроці t набирає вигляду

$$L = \sum_{l,v} \exp \left\{ \sum_{j=1}^t \alpha^j \left(\log Pr_{\tau_j}(v|z^{(l)}) - \log Pr_{\tau_j}(v^{(l)}, z^{(l)}) \right) \right\} = \sum_l \frac{\sum_v \prod_j Pr_{\tau_j}(v|z^{(l)})^{\alpha^j}}{\prod_j Pr_{\tau_j}(v^{(l)}, z^{(l)})^{\alpha^j}}.$$

Незважаючи на те, що оцінювання кожного слабкого учня зазнає оброблення, сума за всіма видимими змінними в чисельнику, на жаль, нерозв'язна, за винятком особливого випадку, коли всі вибрані остовні дерева такі самі. Цей випадок можливий тільки в тому разі, якщо мережа Маркова з самого початку є деревом або в процесі навчання немає інших структур, які можуть конкурувати з одним конкретним деревом. Перший випадок не цікавий, оскільки будь-який метод навчання підійде, і другий випадок трапляється рідко, якщо тільки дерево не є дуже гарним наближенням у вихідну мережу.

Існує методика, яка допомагає прибрати підсумовування в числовому виразі. Ідея полягає в тому, щоб застосувати нерівність Гольдера до чисельника

$$\sum_v \prod_j Pr_{\tau_j}(v|z^{(l)})^{\alpha^j} \leq \prod_j \left(\sum_v Pr_{\tau_j}(v|z^{(l)})^{\alpha^j \tau_j} \right)^{1/\tau_j}, \tag{7}$$

де $\sum_j 1/\tau_j = 1$ і $r_j > 0$. Якщо ми можемо гарантувати, що $\alpha^j > 0$ і $\alpha^j r_j = 1$ для всіх j , або $\sum_j \alpha^j = 1$, дістаємо

$$\begin{aligned} L &\leq \sum_l \frac{\prod_j \left\{ \sum_v Pr_{\tau_j}(v|z^{(l)})^{\alpha^j} \right\}}{\prod_j Pr_{\tau_j}(v^{(l)}|z^{(l)})^{\alpha^j}} \\ &= \sum_l \frac{1}{\prod_j Pr_{\tau_j}(v^{(l)}|z^{(l)})^{\alpha^j}} \\ &= L_H, \end{aligned} \tag{8}$$

оскільки $\sum_v Pr_{\tau_j}(v|z^{(l)}) = 1, \forall l, j$.

Скориставшись тим, що $Pr_{\tau_j}(v|z)$ є слабким учнем, ми можемо переписати верхню межу втрати L_H як

$$L_H(G) = \sum_l \exp \left\{ - \sum_j \alpha^j \log Pr_{\tau_j}(v^{(l)}|z^{(l)}) \right\} \tag{9}$$

$$= \sum_l \exp \left\{ - G^t(v^{(l)}, z^{(l)}) \right\}. \tag{10}$$

Показано, що нова межа піддається оцінюванню, а також є опуклою, тому глобальний мінімум існує. Ми використовуємо нову функцію втрат L_H для навчання. Отже, ділянка визначення L_H є лінійним простором функції. Вимогу $\sum_j \alpha^j = 1$ можна задовольнити, задавши такий ансамбль (сукупність):

$$G^t(v, z) = (1 - \alpha^t) G^{t-1}(v, z) + \alpha^t F^t(v, z) \tag{11}$$

$$= G^{t-1}(v, z) + \alpha^t s^t(v, z) \tag{12}$$

$$s^t(v, z) = F^t(v, z) - G^{t-1}(v, z). \tag{13}$$

З рівняння (12) випливає, що s^t відіграє роль напрямку пошуку щодо функціонала G . Вага кожного попереднього слабкого учня зменшується на коефіцієнт $(1 - \alpha^t)$ як

$$\alpha_j^* \leftarrow \alpha_j (1 - \alpha^t). \tag{14}$$

Для $j = 1, \dots, t-1$, так, що $\sum_{j=1}^{t-1} \alpha_j^* + \alpha^t = \sum_{j=1}^{t-1} \alpha_j (1 - \alpha^t) + \alpha^t = 1$, оскільки $\sum_{j=1}^{t-1} \alpha_j = 1$. І тільки після цього можна виконати покрокову оптимізацію в рівнянні (3) з урахуванням повної втрати змінною верхньою межею $L_H(G)$ у рівнянні (10).

Провівши подальші дослідження, встановлено ще один варіант задання марковського випадкового поля — попарно експоненційне марковське випадкове поле. Зазначений клас відбиває структуру Маркова для різних змінних та включає в себе різні розподіли. Такий підхід дає можливість моделювати експоненційний розподіл сімейства в гетерогенних мережах.

Висновки

Отже, моделі марковського випадкового поля — це ефективний інструмент для подання загальних розподілів різнорідних даних і є потужним інструментом у машинному навчанні. Запропонована методика дає змогу підсилити зазначені моделі з метою їх ефективного використання на практиці. А застосування моделей марковського випадкового поля в комбінації з підсиленням алгоритмом градієнтного бустингу [9] уможливує розв'язання великого класу задач, пов'язаних із побудовою коротко- та середньострокових прогнозів.

Подальшими дослідженнями в даному напрямку можуть бути вдосконалення попарно експоненційних марковських випадкових полів із метою швидшого виконання процесу навчання на великих багатовимірних даних.

Список використаної літератури

1. Propp, James Gary, David Bruce Wilson. *Exact sampling with coupled Markov chains and applications to statistical mechanics // Random structures and Algorithms*. 1996. 9.1-2. P. 223–252.
2. Hughes, John, Murali Haran, Petruta C Caragea. *Autologistic models for binary data on a lattice // Environmetrics*. 2011. 22.7. P. 857–871.
3. Zucchini W., MacDonald I. L., Langrock R. *Hidden Markov Models for Time Series: An Introduction Using R*. Chapman and Hall, 2016.
4. Wainwright M. J., Jordan M. I. *Graphical Models, Exponential Families, and Variational Inference // Found. and Tr. in Mach. Learn.* 2008. 1(1–2):1–305.
5. Minka T. P. *The EP Energy Function and Minimization Schemes // MSR TR*. 2001 p.
6. Hürzeler M., Künsch H. R. *Monte Carlo Approximations for General State-Space Models // JCGS*. 1998. 7(2):175–193.
7. Lafferty J., McCallum A., Pereira F. *Conditional random fields: Probabilistic models for segmenting and labeling sequence data // Proceedings of the 18th International Conference on Machine Learning*. Williamstown, Massachusetts, 2001. P. 282–289.
8. Sha F., Pereira F. *Shallow parsing with conditional random fields // In Proceedings of HLT/NAACL*, 2003. P. 213–220.
9. Оптимізація роботи алгоритма градієнтного бустингу з допомогою перекрестної перевірки / В. В. Жебка, В. І. Виноградов, А. П. Бондарчук, М. Н. Степанов // *Актуальні проблеми економіки*. 2019. № 12 (222). С. 189–197.

В. В. Жебка

МОДЕЛИРОВАНИЕ МАРКОВСКОГО СЛУЧАЙНОГО ПОЛЯ С ЦЕЛЬЮ ЕГО ДАЛЬНЕЙШЕЙ ОПТИМИЗАЦИИ И ПРИМЕНЕНИЯ

Исследованы модели марковского случайного поля. Определены основные усовершенствования модели марковского случайного поля. Если же рассматривать марковские модели случайных полей с бинарными условными распределениями, включающие стохастическую эволюцию во времени, которая основывается на структуре авторегрессии для крупномасштабной модели, то эти модели сохраняют гибкость статических моделей марковского случайного поля для воспроизведения представления пространственной зависимости в мелкомасштабной составляющей модели. Байесовская оценка в этом случае достигается за счет использования так называемого алгоритма, требующего генерации вспомогательных случайных полей, но который не требует использования идеальных образцов.

Марковские случайные поля являются мощным инструментом в машинном обучении. Моделирование таких полей между разнородными объектами часто приводит к тому, что узлы в графе относятся к разным типам данных. Чтобы моделировать неоднородные области с помощью графических моделей, необходимо назначать для узлов модели различные типы распределений (двоичное, гауссовское, пуассоновское, показателей, экспоненциальное и др.).

В статье рассмотрено понятие условных случайных полей, установлены их особенности, преимущества и недостатки. Проанализировано применение двоичных данных в марковских моделях случайных полей, что порождает класс моделей двоичных марковских случайных полей. Установлено, что дискретный характер марковских случайных полей допускает более широкий диапазон возможных значений зависимости, т. е. отрицательную зависимость.

Исследована модель, функция потерь и распределение функции марковского случайного поля. Предложено усиление марковских случайных полей. Рассмотрено попарно экспоненциальное марковское случайное поле.

Ключевые слова: марковское случайное поле; оптимизация; функция потерь; распределение; попарно экспоненциальное марковское случайное поле.

V. V. Zhebka

MODELING OF THE MARKIV RANDOM FIELD FOR THE PURPOSE OF ITS FURTHER OPTIMIZATION AND APPLICATION

Models of the Markov random field are investigated. The main improvements of the Markov random field model are investigated. If we consider Markov models of random fields with binary conditional distributions, which include stochastic evolution in time, which is based on the autoregression structure for a large-scale model, these models retain the flexibility of static Markov random field models to reproduce the representation of spatial dependence in a small-scale model. Bayesian estimation in this case is achieved through the use of a so-called algorithm that requires the generation of auxiliary random fields, but does not require the use of ideal samples.

Markov random fields are a powerful tool in machine learning. It is often necessary to model such fields between dissimilar objects, which leads to the fact that the nodes in the graph belong to different types of data. To model inhomogeneous areas using graphical models, it is necessary to assign different types of distributions (binary, Gaussian, Poisson, exponent, exponential, etc.) to the model nodes.

The concept of conditional random fields is considered in the article, their features, advantages and disadvantages are established. The application of binary data in Markov models of random fields is considered, which generates a class of models of binary Markov random fields. It is established that the discrete nature of Markov random fields allows a wider range of possible values of dependence, ie negative dependence.

The model, loss function and distribution of the Markov random field function are investigated. Strengthening of Markov random fields is proposed. The pairwise exponential Markov random field is considered.

Keywords: Markov random field; optimization; loss function; distribution; pairwise exponential Markov random field.

УДК 004.7:519.87(043.3):621.391

DOI: 10.31673/2412-9070.2020.052226

Г. Я. Кіс, аспірант,

Державний університет телекомунікацій, Київ

ПІДХІД ДО ФРАКТАЛЬНОГО СТИСНЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ

Запропоновано удосконалений фрактальний підхід до стиснення зображень. Розглянуто таку проблему фронтальної компресії, як повільна швидкість стиснення. Проаналізовано кілька наявних методів її вирішення. Ґрунтуючись на базових алгоритмах розпізнавання зображень та комп'ютерного бачення, а саме на побудові особливих точок зображень, обчисленні дескрипторів та методів пошуку найближчого сусіда в багатовимірному просторі, розроблено схему пошуку подібних частин зображення та запропоновано алгоритм стиснення. Цей алгоритм має складність $O(N \log N)$ за кількістю пікселів зображення, але якщо зафіксувати кількість доменних блоків, можливо досягти майже лінійної складності. Подано обґрунтування на основі попередніх досліджень щодо можливості такого зменшення. Було створено програму для перевірки цього алгоритму. Надано результати чисельного експерименту та його аналіз. Запропонований підхід придатний для стиснення як зображень, так і відео. Підхід має перспективи для подальшого підвищення швидкості та якості стиснення та потребує більш докладного вивчення.

Ключові слова: фрактальне стиснення зображень; метод комп'ютерного зору.

ВСТУП

Фрактальне стиснення зображень та відео [1] є альтернативою для досягнення високого ступеня стиснення з реконструйованим вихідним відео вищої якості, ніж наявні стандарти відео (MPEG, H.263, H.264). Нещодавно запропоновані схеми, наприклад [2], перевищують протокол H.264 за швидкістю та ступенем стиснення. Підхід засновано на ідеї безпошукового фрактального стиснення зображень [3]. Деякі властивості зображень, зокрема краї об'єктів та однорідні ділянки, не змінюються після масштабування. Цей тип надмірності ігнорується трансформаційними кодерами. Локальна масштабна інваріантність є однією з основних властивостей фрактального кодування, яка дуже корисна для деталізації зображень. Завдяки високій компресії та масштабній інваріантності корпорація Майкрософт прийняла його для стиснення зображень у своїй мультимедійній енциклопедії Encarta.

Метою цієї статті є розгляд фрактального стиснення зображень та подальше вдосконалення цього підходу на основі методів комп'ютерного зору.

ОСНОВНА ЧАСТИНА

Як відомо, стиснення даних за своєю суттю є проблемою оптимізації: знайти найкоротший опис даних, що задовольняють певні обмеження якості, або, навпаки, відшукати найкраще подання зображення для заданого розміру вихідних даних. Фрактальний підхід дає нові можливості для реалізації цієї концепції.

© Г. Я. Кіс, 2020