УДК 004.65
DOI: 10.31673/2412-9070.2022.015560

І. В. ЗАМРІЙ, канд. фіз.-мат. наук, доцент;
Є. Д. ПАТКІН, ст. викладач,
Державний університет телекомунікацій, Київ

СТОХАСТИЧНА МОДЕЛЬ ВИЗНАЧЕННЯ БЕЗАРБІТРАЖНОСТІ І ПОВНОТИ ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ

Розглянуто N-періодну множину інформаційних станів з одним ризиковим і одним безризиковим процесами. Проаналізовано та знайдено умови повноти та безарбітражності множини сигналів інформаційних систем, запропоновано новий метод відшукання ймовірності втрати сигналу в спеціальному вигляді, знайдено умови, за яких множина інформаційних станів не є повною.

Ключові слова: мартингальна міра; повнота множини; безарбітражність множини; інформаційна система; стохастична модель.

ВСТУП

Останніми роками дедалі більшого розвитку зазнає сектор телекомунікаційного зв'язку. Що і є рушійною силою у формуванні способів проєктування і розгортання інформаційних систем, мереж і послуг, потрібних користувачу. Істотним впливом на ефективність використання в інформаційних системах є часове резервування як один із основних засобів забезпечення функціональної стійкості, надійності та ефективного керування. На стадії проєктування і конструювання інформаційної системи показники надійності трактують як характеристики ймовірнісних математичних моделей об'єктів, що створюються, а на стадії експериментального відпрацювання, випробувань і експлуатації роль показників надійності виконує статистичне оцінювання відповідних імовірнісних характеристик [1]. Під час оцінювання показників надійності інформаційної системи часто відсутні необхідні вихідні дані для апріорних імовірнісних розрахунків, а статистичне оцінювання ускладнене великим обсягом випробувань, за якими можна оцінити тільки моменти визначальних випадкових величин процесу функціонування інформаційної системи або її складових частин (математичного сподівання та дисперсії опрацювання часу відмови, часу відновлення, резервного часу тощо). Проте в цій ситуації потрібно обґрунтовувати деякі характеристики інформаційної системи, наприклад резерв часу, гарантовані точні межі ймовірності безвідмовної роботи системи та коефіцієнта готовності. Під «обґрунтуванням» при цьому розуміється побудова точних верхніх і нижніх меж зміни функціоналів, які характеризують ефективність функціонування інформаційної системи, за умов неповної апріорної інформації про функції розподілу визначальних випадкових величин.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Аналіз умов побудови та функціонування інформаційної системи з розподіленими в просторі динамічними об'єктами керування показав, що відомі властивості складних технічних систем, зокрема надійність, живучість, стійкість, у цілому характеризують функціонування інформаційної системи під час дії відмов і збоїв, але не дають змоги повною мірою описати процеси функціонування за умов значних руйнувань, дії потоків відмов і несправностей, можливих умисних дій, а також у разі помилок обслуговувального персоналу чи інших внутрішніх і зовнішніх дестабілізувальних чинників [2-5]. Тому доцільно розглядати таку властивість складних технічних систем, як функціональна стійкість. Функціональна стійкість будь-якої розподіленої інформаційної системи — це її властивість перебувати в стані працездатності, тобто виконувати потрібні функції протягом заданого інтервалу часу або наробки за умов відмов складових частин через зовнішні і внутрішні дестабілізувальні впливи. Функціональна стійкість забезпечується застосуванням у складній технічній системі різних, уже наявних видів надмірності (структурної, часової, інформаційної, функціональної, навантажувальної тощо) через їх перерозподіл задля парирування наслідків позаштатних ситуацій [6; 7].

У працях Б. П. Креденцера, М. К. Жердєва, В. М. Цицарєва, С. В. Лєнкова та ін. досліджено можливості підвищення надійності відновлювальних інформаційних систем із резервом часу при різних методах його введення і використання [1; 8]. Здобуто сукупність розрахункових співвідношень для оцінювання показників надійності за різних способах використання і поповнення резерву часу за наявності повної апріорної інформації про функції розподілу визначальних випадкових величин. Найбільш повне відображення питання дослідження відновлювальних інформаційних систем із резервом часу отримано в роботі [8], однак основну увагу приділено прогнозуванню надійності інформаційної системи з поповнюваним резервом часу за наявності повної апріорної інформації про надійність. У статтях [9-11] визначено двосторонні оцінки функціоналів, які входять до основних показників надійності інформаційних систем із резервом часу. У [12] досліджено керовану систему, в якій керування пристроєм описується рівнянням у формі Ланжевена, а в [13] розглядається стійкість за допомогою функції Ляпунова.

Метою цього дослідження є визначення умови повноти та безарбітражності множини інформаційних станів.

ОСНОВНА ЧАСТИНА

Нехай $(\Omega, \Im, P)$ — імовірнісний простір. Розглянемо N-періодну, $N \geq 1$, множину з двома процесами: безризиковим $B = \{B_n,\ 0 \leq n \leq N\}$ та ризиковим $S = \{S_n,\ 0 \leq n \leq N\}$. Припустимо, що

$$B_n = \prod_{i=1}^{n} (1 + r_i), \tag{1}$$

де $r_i > 1$ — деякі числа,

$$S_n = S_0 \prod_{i=1}^{n} (1 + R_i), \tag{2}$$

де S_0 — стала, $R_i > 1$ — випадкові величини, незалежні в сукупності.

Позначимо $F_i(x)$, $x > -1$, функцію розподілу випадкової величини R_i і вважатимемо, що $F_i(x)$ не зосереджена в одній точці. Утворимо потік σ-алгебр $\Phi_k = \sigma\{R_1, \ldots, R_k\}$, та утворимо сім'ю $\bar{Q}$ імовірнісних мір, еквівалентних мірі P. Усі міри $Q \in \bar{Q}$ мають похідну Радона-Нікодима такого вигляду: $\dfrac{dQ}{dP} = \prod_{i=1}^{N} (1 + \Delta M_i)$, де $M = \{M_i,\ 0 \leq n \leq N\}$ — мартингал, $\Delta M_i = M_i - M_{i-1} > -1$.

Тепер розглянемо сім'ю мір $\hat{Q}_M \in \bar{Q}$ еквівалентних мартингальних мір, тобто таких мір $Q \in P$, для яких $X_n = \dfrac{S_n}{B_n}$ є $\bar{Q}$-мартингалом, якщо, звичайно, такі міри існують.

Умова мартингальності має вигляд $E_Q(X_i / F_{k-1}) = X_{k-1}$ і її можна подати так:

$$\frac{E\left(\dfrac{dQ}{dP} X_k \Big/ F_{k-1}\right)}{E\left(\dfrac{dQ}{dP} \Big/ F_{k-1}\right)} = X_{k-1}, \quad \text{або } E((1 + \Delta M_k)(1 + R_k)/F_k - 1 = 1 + r_k,$$

$$\text{або } E((1 + \Delta M_k)R_k)/F_k = r_k, \quad 1 \leq k \leq N. \tag{3}$$

Умова того, що Q є ймовірнісною мірою, має вигляд $E\dfrac{dQ}{dP} = E\prod_{i=1}^{N}(1 + \Delta M_i) = 1$.

З метою технічного спрощення далі розглядатимемо випадкові величини $N_k = 1 + \Delta M_k$. Вони є F_n-вимірними, тому існують такі борельові функції $\varphi_k(x_1, \ldots, x_k)$, що $N_k = \varphi_k(x_1, \ldots, x_k)$.

Запишемо умову (3) мартингальності у вигляді

$$E(N_k R_k)/F_{k-1} = r_k, \quad 1 \leq k \leq N. \tag{4}$$

Зважаючи на незалежність R_k і F_{k-1}, рівність (4) перепишемо в такий спосіб:

$$E\varphi_k(x_1, \ldots, x_{k-1}, R_k) R_k \big|_{R_1 = x_1, \ldots, R_{k-1} = x_{k-1}} = r_k, \text{ або } \int_{-1}^{\infty} \varphi_k(R_1, \ldots, R_{k-1}, x)\, x\, dF_k(x) = r_k. \tag{5}$$

Умова (5) означає, що $\int_{-1}^{\infty} \varphi_k(R_1, \ldots, R_{k-1}, x)\, x\, dF_k(x)$ не залежить від $R_1, \ldots, R_{k-1}$. Тому далі будемо розглядати сім'ю $\bar{Q}_M \in \bar{Q}$ мартингальних мір, похідні Радона-Нікодима яких задаються співвідношеннями виду $\dfrac{dQ}{dP} = \prod_{i=1}^{N} \varphi_i(R_i)$, де $E\varphi_i(R_i) = 1$, а $E\varphi_i(R_i)R_i = r_i$, $1 \leq i \leq N$. Запишемо два останні співвідношення у вигляді

$$\int_{-1}^{\infty} \varphi_i(x)\, dF_i(x) = 1 \text{ та } \int_{-1}^{\infty} \varphi_i(x)\, x\, dF_k(x) = r_i,\ 1 \leq i \leq N.$$

Отже, здобуто такий результат.

Лема. Достатньою умовою безарбітражності множини, заданої формулами (1), (2), є існування вимірних додатніх функцій $\varphi_i = \varphi_i(x)$, $x \in (-1, \infty)$ таких, що

$$\int_{-1}^{\infty}\varphi_i(x)dF_i(x)=1 \text{ та } \int_{-1}^{\infty}x\varphi_i(x)dF_k(x)=r_i,\ 1\le i\le N. \tag{6}$$

Сформулюємо і доведемо результат щодо безарбітражності і неповноти множини, заданої формулами (1), (2).

Теорема. Множина (1), (2) є безарбітражною за умови $0 < F_i(r_i) < 1$, і якщо хоча б одна F_i не є зосередженою у двох точках, вона неповна.

Доведення. Будемо шукати $\varphi_i(x)$, яке б задовольняло рівність (6), у вигляді $\varphi_i(x) = a_i(r_i)I\{x \le r_i\} + b_i(r_i)I\{x > r_i\}$. Тоді рівність (6) можна подати як систему двох рівнянь:

$$\begin{cases} a_iF_i(r_i)+b_i(1-F_i(r_i))=1, \\ a_i\int_{-1}^{r_i}xdF_i(x)+b_i\int_{r_i}^{\infty}xdF_i(x)=r_i. \end{cases} \tag{7}$$

Визначник D цієї системи має вигляд

$$D=F_i(r_i)\int_{r_i}^{\infty}xdF_i(x)-(1-F_i(r_i))\int_{-1}^{r_i}xdF_i(x).$$

Оскільки за умовою $F_i(r_i)\in(0,1)$, то і $(1-F_i(r_i))\in(0,1)$. При цьому $\int_{-1}^{r_i}xdF_i(x)\le r_iF_i(r_i)$, а $\int_{r_i}^{\infty}xdF_i(x)\ge r_i(1-F_i(r_i))$, і одночасні рівності неможливі, оскільки розподіл F_i не зосереджений в одній точці r_i. Отже, $D > 0$ і система (7) має єдиний розв'язок:

$$\begin{cases} a_i=\dfrac{\int_{r_i}^{\infty}xdF_i(x)-r_i(1-F_i(r_i))}{D}>0, \\ b_i=\dfrac{r_iF_i(r_i)-\int_{-1}^{r_i}xdF_i(x)}{D}>0. \end{cases}$$

Таким чином, $\varphi_i(x)$ задає еквівалентну мартингальну міру і безарбітражність доведено.

Тепер покажемо, що коли міра зосереджена у двох точках a_i, b_i, то ринок є неповним. Нехай $a_i < r_i < b_i$. Це означає, що $F(b_i) - F(r_i) > 0$, $F(\propto) - F(b_i) > 0$.

Далі відшукуватимемо іншу функцію $\tilde{\varphi}_i(x)$ у вигляді $\tilde{\varphi}_i(x)=\tilde{a}_i(r_i)I\{x\le r_i\}+\tilde{b}_i(r_i)I\{x>r_i\}$ і покажемо, що $\tilde{\varphi}_i(x) \ne \varphi_i(x)$. Дійсно, розв'яжемо систему для $\tilde{a}_i,\tilde{b}_i$:

$$\begin{cases} \tilde{a}_i(F_i(b_i)-F_i(r_i))\int_{b_i}^{\infty}xdF_i(x)+\tilde{b}_i(1-F_i(b_i))=1, \\ a_i\int_{r_i}^{b_i}xdF_i(x)+\tilde{b}_i\int_{b_i}^{\infty}xdF_i(x)=1. \end{cases} \tag{8}$$

Визначник $\tilde{D}$ цієї системи має виглядає $\tilde{D}=(F_i(b_i)-F_i(r_i))\int_{b_i}^{\infty}xdF_i(x)-(1-F_i(b_i))\int_{r_i}^{b_i}xdF_i(x)>0$, тоді

$\tilde{a}_i=\dfrac{\int_{b_i}^{\infty}xdF_i(x)-r_i(1-F_i(b_i))}{\tilde{D}}>0$ і $\tilde{a}_i\ne a_i$ принаймні на проміжку (r_i, b_i).

Аналогічно $\tilde{b}_i\ne b_i$ і тому $\tilde{\varphi}_i\ne\varphi_i$.

Теорему доведено.

Зі здобутих результатів показано, що використання запропонованої функції зміни сигналу дало змогу ефективно досліджувати множину інформаційних станів на безарбітражність та повноту.

Розглянемо застосування цих результатів до реальних процесів і явищ. Для цього визначимо справедливу ціну для азійського арифметичного опціону, функція платежу якого задається формулою $\frac{1}{N+1}\sum_{i=1}^{N}S_i$. Покажемо, що навіть для двоперіодного випадку ця ціна буде меншою за S_0.

Треба визначити таке найменше $\gamma < S_0$, щоб виконувалась нерівність:

$$\frac{1}{2}\left(S_0\left(1+\rho_1\right)+S_0\right)-\gamma\left(\alpha+\left(1-\alpha\right)\rho_1\right)\le 0,\ \ 0\le\alpha\le 1,\ \text{або}$$

$$S_0+\frac{1}{2}S_0\rho_1-\gamma\alpha-\gamma\left(1-\alpha\right)\rho_1=\left(S_0-\alpha\gamma\right)+\left(\frac{1}{2}S_0-\gamma\left(1-\alpha\right)\right)\rho_1\le 0.$$

Звідси $\rho_1\le\dfrac{\alpha\gamma-S_0}{\frac{1}{2}S_0-\gamma\left(1-\alpha\right)}$. Ця нерівність має виконуватись із імовірністю 1, що еквівалентно виконанню такої нерівності:

$c\le\dfrac{\alpha\gamma-S_0}{\frac{1}{2}S_0-\gamma\left(1-\alpha\right)}$.

Розв'яжемо її:

$$c\le\frac{\alpha\gamma-S_0}{\frac{1}{2}S_0-\gamma\left(1-\alpha\right)},\ c>0.$$

Припустимо, що виконуються нерівності: $\alpha\gamma-S_0<0,\ \frac{1}{2}S_0-\gamma\left(1-\alpha\right)<0$. Звідси

$$c\le\frac{\alpha\gamma-S_0}{\frac{1}{2}S_0-\gamma\left(1-\alpha\right)},\ c>0.$$

$$c\left(\frac{1}{2}S_0-\gamma\left(1-\alpha\right)\right)\ge\alpha\gamma-S_0;$$

$$\frac{1}{2}cS_0-\gamma c+\alpha c\gamma-\alpha\gamma+S_0\ge 0;$$

$$\left(\frac{1}{2}c+1\right)S_0+\gamma\left(\alpha c-c-\alpha\right)\ge 0;$$

$$\left(\frac{1}{2}c+1\right)S_0\ge-\gamma\left(\alpha c-c-\alpha\right);$$

$$\gamma\le\frac{\frac{1}{2}c+1}{c+\alpha-\alpha c}S_0;$$

Вираз праворуч буде найменшим при найбільшому знаменнику, тобто при $\alpha=0$, за умови, що $c>1$.

Тому $\gamma\le\dfrac{\frac{1}{2}c+1}{c}S_0=\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{c}\right)S_0\Rightarrow\gamma=\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{c}\right)S_0,\ c\ge 2$, задовольняє раніше припущені нерівності.

Розглянемо триперіодну модель для $\dfrac{1}{N+1}\sum_{i=1}^{N}S_i$. Маємо:

$$\frac{S_0}{3}\left(1+\left(1+\rho_1\right)+\left(1+\rho_1\right)\left(1+\rho_2\right)\right)-\gamma\left(\alpha+\beta\left(1+\rho_1\right)+\psi\left(1+\rho_2\right)\right)\le 0,\ \alpha+\beta+\psi=1,\alpha,\beta,\psi\ge 0.$$

Розв'яжемо цю нерівність відносно ρ_1:

$$\frac{S_0}{3}+\frac{S_0}{3}+\frac{\rho_1S_0}{3}+\frac{S_0}{3}+\frac{\rho_1S_0}{3}+\frac{\rho_2S_0}{3}+\frac{\rho_1\rho_2S_0}{3}-\gamma\left(\alpha+\beta+\psi+\beta\rho_1+\psi\rho_2\right)\le 0;$$

$$S_0+\frac{2}{3}S_0\rho_1+\frac{1}{3}S_0\rho_2+\frac{1}{3}S_0\rho_1\rho_2-\gamma-\gamma\beta\rho_1-\gamma\psi\rho_2\le 0;$$

$$\rho_1\left(\frac{2}{3}S_0+\frac{1}{3}S_0\rho_2-\gamma\beta\right)\le\gamma+\gamma\psi\rho_2-S_0+\frac{1}{3}S_0\rho_2;$$

$$\rho_1\le\frac{\gamma+\gamma\psi\rho_2-S_0+\frac{1}{3}S_0\rho_2}{\frac{2}{3}S_0+\frac{1}{3}S_0\rho_2-\gamma\beta},\ \text{припускаємо, що}\ \frac{2}{3}S_0+\frac{1}{3}S_0\rho_2-\gamma\beta\ge 0.$$

Підставимо замість ρ_1 і виразимо ρ_2

$$c\left(\frac{2}{3}S_0+\frac{1}{3}S_0\rho_2-\gamma\beta\right)\le\gamma+\gamma\psi\rho_2-S_0+\frac{1}{3}S_0\rho_2;$$

$$c\frac{2}{3}S_0+c\frac{1}{3}S_0\rho_2-\gamma\beta c-\gamma-\gamma\psi\rho_2+S_0-\frac{1}{3}S_0\rho_2\le 0;$$

$$\frac{2}{3}cS_0+S_0-\gamma-\gamma\beta c+\rho_2\left(\frac{cS_0}{3}-\gamma\psi-\frac{1}{3}S_0\right)\le 0.$$

Перевіримо вираз у дужках на додатність і від’ємність:

1. $-\frac{cS_0}{3}+\gamma\psi+\frac{1}{3}S_0\ge 0;\ \gamma\ge\frac{c-1}{3\psi}S_0\Leftrightarrow\frac{c-1}{3\psi}<1\Leftrightarrow c<3\psi+1$ — підходить.

2. $-\frac{cS_0}{3}+\gamma\psi+\frac{1}{3}S_0\le 0;\ \gamma\le\frac{c-1}{3\psi}S_0,\ \gamma<S_0\Rightarrow\varnothing.$

Тому $\rho_2\ge\dfrac{S_0\left(\frac{2}{3}c+1\right)-\gamma(\beta c+1)}{\frac{1}{3}S_0+\gamma\psi-\frac{cS_0}{3}}$; ця нерівність $\forall\rho_2\in(-1;c]$ не виконується, бо якщо провести аналогічні міркування, дістанемо:

$$c\le\frac{S_0\left(\frac{2}{3}c+1\right)-\gamma(\beta c+1)}{\frac{1}{3}S_0+\gamma\psi-\frac{cS_0}{3}};\ \ c\left(\frac{1}{3}S_0+\gamma\psi-\frac{cS_0}{3}\right)\ge S_0\left(\frac{2}{3}c+1\right)-\gamma(\beta c+1);$$

$$S_0\left(\frac{1}{3}c-\frac{c^2}{3}-\frac{2c}{3}-1\right)+\gamma(\psi c+\beta c+1)\ge 0;\ \ \gamma(\psi c+\beta c+1)\ge S_0\left(\frac{c^2}{3}+\frac{c}{3}+1\right)\Rightarrow\varnothing.$$

Розв’яжемо спочатку для $\forall\rho_2\in(-1;0]$:

$$0\le\frac{S_0\left(\frac{2}{3}c+1\right)-\gamma(\beta c+1)}{\frac{1}{3}S_0+\gamma\psi-\frac{cS_0}{3}}\Rightarrow S_0\left(\frac{2}{3}c+1\right)-\gamma(\beta c+1)\le 0;$$

$$\gamma\le S_0\frac{\frac{2}{3}c+1}{\beta c+1}\le S_0\frac{\frac{2}{3}c+1}{c+1}=S_0\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3c+3}\right)\Leftrightarrow\frac{1}{3c+3}<\frac{1}{3}\Leftrightarrow c>0 \text{ — підходить.}$$

Звідси $\gamma=S_0\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3c+3}\right)$ — справедлива ціна зобов’язання.

Тепер знайдемо обмеження дохідності на ρ_2 : $\forall\rho_2\in(-1;\ c_1],\ c_1<c$.

$$c\le\frac{S_0\left(\frac{2}{3}c+1\right)-\gamma(\beta c+1)}{\frac{1}{3}S_0+\gamma\psi-\frac{cS_0}{3}};\ \ c_1\left(\frac{1}{3}S_0+\gamma\psi-\frac{cS_0}{3}\right)\ge S_0\left(\frac{2}{3}c+1\right)-\gamma(\beta c+1);$$

$$S_0\left(\frac{1}{3}c_1-\frac{cc_1}{3}-\frac{2c}{3}-1\right)+\gamma(\psi c_1+\beta c+1)\ge 0;\ \ \gamma(\psi c_1+\beta c+1)\ge S_0\left(\frac{cc_1}{3}+\frac{2c}{3}-\frac{c_1}{3}+1\right).$$

$$\frac{cc_1}{3}+\frac{2c}{3}-\frac{c_1}{3}+1\ge 0;\ \ cc_1+2c-c_1+3\ge 0;\ \ c_1(c-1)\ge -2c-3;$$

$$c_1\ge\frac{-2c-3}{c-1}=-\left(2+\frac{5}{c-1}\right)\forall c_1.$$

Тому $\gamma\ge S_0\dfrac{cc_1+2c-c_1+3}{3\psi c_1+3\beta c-3}$. Визначимо обмеження на c_1 з нерівності $\dfrac{cc_1+2c-c_1+3}{3\psi c_1+3\beta c-3}<1$:

$$cc_1+2c-c_1+3<3\psi c_1+3\beta c-3;\ \ c_1(c-3\psi-1)<3\beta c-2c-6;\ \ c_1<\frac{3\beta c-2c-6}{c-3\psi-1}<\frac{c-6}{c-1}<1.$$

Отже, при $c_1<1$, $\gamma=S_0\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3c+3}\right)$.

Що і потрібно було довести.

Висновки

У статті розглядається N-періодна множина інформаційних станів з одним ризиковим і одним безризиковим процесами, досліджується безарбітражність і повнота цієї множини та знайдено ентропію для похідної Радона-Нікодима відповідних еквівалентних мартингальних мір. Також визначено умови на функцію розподілу втрат сигналу, за яких множина станів сигналу є безарбітражною та повною.

Список використаної літератури

1. ***Алгоритм*** *прогнозування для показників надійності і вартості експлуатації об'єктів радіоелектронних засобів озброєння / С. В. Лєнков, Г. В. Банзак, В. М. Цицарєв, Я. М. Проценко // Системи обробки інформації. 2016. № 9(146). С. 28–30.*
2. ***The Intelligent*** *Control System for infocommunication networks / L. Berkman, O. Barabash, O. Tkachenko [et al.] // International Journal of Emerging Trends in Engineering Research (IJETER). 2020. Vol. 8, No. 5. P. 1920–1925.*
3. ***Zamrii I.*** *Strategy of management of functional stability of the information system of the industrial enterprise // International Journal of Progressive Sciences and Technologies. October 2021. Vol. 29, No 1. P. 659–667.*
4. ***Suh Y. S.*** *Stability and stabilization of nonuniform sampling systems // Automatica, 2008. Vol. 44, no. 12. P. 3222–3226.*
5. ***Барабаш О. В., Козелков С. В., Машков О. А.*** *Понятійний апарат функціональної стійкості розподілених інформаційно-керуючих систем // Зб. наук. праць НЦ ВПС ЗС України. 2005. Вип. № 7. С. 87–95.*
6. ***Functionally*** *sustainable wireless sensor network technologies aspects analysis / A. V. Sobchuk, V. V. Sobchuk, O. V. Barabash, I. O. Lyashenko // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences. 2019. VII (23), Issue 193. Budapest, Hungary. P. 46–48.*
7. ***Функціональна*** *стійкість технологічних процесів та формування індивідуальної стратегії управлінням експлуатацією виробничих центрів / В. В. Собчук, І. В. Замрій, Г. М. Власик [та ін.] // Телекомунікаційні та інформаційні технології. 2021. №1(70). С. 4–16.*
8. ***Оцінка*** *надійності резервованих систем при обмеженій вихідній інформації: монографія / Креденцер Б. П. та ін. За наук. редакцією доктора техн. наук, професора Б. П. Креденцера. Київ: Фенікс, 2013. 335 с.*
9. ***Stoikova L. S.*** *Greatest lower bound of system failure probability in a special time interval under incomplete information about the distribution function of the time to failure of system // Cybernetics and systems analysis. 2017. V. 53, № 2. P. 65–73.*
10. ***Stoikova L. S.*** *Exact lower bounds of system failure probability on a time interval under incomplete information about the distribution function of time to failure // Cybernetics and systems analysis. K., 2016. V. 52, № 6. P. 84–94.*
11. ***Березовська Ю. В.*** *Забезпечення функціональної стійкості інформаційної системи при обмеженій вихідній інформації про визначальні випадкові величини // Телекомунікаційні та інформаційні технології. 2020. №4. С. 69–79.*
12. ***Mashkov O., Kosenko V.*** *Ensuring of functional stability of difficult dynamic systems as one of urgent scientific tasks of modern theory of automatic control // IAPGOŚ 3/2015. P. 39–42.*
13. ***Naser M., Ikhouane F.*** *Stability of time-varying systems in the absence of strict Lyapunov functions // IMA Journal of Mathematical Control and Information. December 2017. P. 1–21.*

I. V. Zamrii, Ye. D. Patkin

STOCHASTIC MODEL FOR DETERMINATION OF ARBITRARINESS AND COMPLETENESS OF INFORMATION SYSTEM

When evaluating information system reliability indicators, the necessary initial data for a priori probability calculations are often missing, and statistical evaluation is complicated by a large amount of tests, which can only be used to determine the estimates of the moments of the determining random variables of the process of functioning of the information system or its constituent parts (mathematical expectation and variance of failure time processing, recovery time, backup time, etc.). However, in this situation, it is necessary to justify some characteristics of the information system, for example, time reserve, guaranteed exact limits of the probability of fault-free operation of the system and availability coefficient. In this case, «justification» means the construction of precise upper and lower limits of the change of functionals, which characterize the efficiency of the functioning of the information system, in the conditions of incomplete a priori information about the distribution functions of the determining random variables.

In this paper, an N-periodic set of information states with one risky and one risk-free process is considered, the arbitrariness and completeness of this set is investigated, and the entropy for the Radon-Nikodym derivative of the corresponding equivalent martingale measures is found. Conditions for the signal loss distribution function were also found, under which the set of signal states is arbitrage-free and complete.

It is shown that the use of the proposed signal change function made it possible to effectively investigate a set of information states for impartiality and completeness.

The application of the obtained results to the determination of the fair price for the asian arithmetic option with the initially specified payment function is considered.

Keywords: martingale measure; completeness of the set; arbitrariness of the set; information system; stochastic model.