

УДК 681.511.037-048.34

DOI: 10.31673/2412-9070.2024.045864

О. О. АБРАМОВИЧ, канд. техн. наук, доцент,  
ORCID: 0009-0002-8036-0665;

Н. В. БІЛАК, канд. техн. наук, доцент,  
ORCID: 0009-0001-2207-7995;

А. М. КЛІПА, канд. техн. наук, доцент,  
ORCID: 0009-0003-4807-2257,

Національний авіаційний університет, Київ

## РОБАСТНА ОПТИМІЗАЦІЯ ВИСОКОНАДІЙНИХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ

*У статті пропонується метод досягнення компромісу між робастністю і якістю систем керування при номінальних і параметрично збурених моделях об'єкта у детермінованому і у стохастичному випадках. Для рішення задачі використовується багатомодельний  $H_2/H_\infty$  підхід робастної оптимізації. Новим результатом даної роботи є розробка названого підходу для дискретної моделі.*

**Ключові слова:** робастність; багатомодельний підхід; комплексний показник якості; якість-робастність; параметрична оптимізація; надійність систем.

### ВСТУП

**Постановка проблеми та основних досліджень і публікацій.** Малі літальні апарати (ЛА), у тому числі і безпілотні (БПЛА), повинні зберігати стійкість і якість системи управління (СУ) при зміні параметрів у значних межах, тобто система повинна бути робастною. Для забезпечення працездатності системи в умовах польоту, що змінюється, при конструюванні законів управління необхідно домагатися компромісу між точністю системи і її робастністю. З цією метою застосовується  $H_2/H_\infty$  багатомодельний підхід.

Застосування  $H_2/H_\infty$  багатомодельного підходу базується на використанні  $H_2$ -норми як загальноприйнятої оцінки якості системи [6] як при детермінованих так і при випадкових збурюваннях, а також  $H_\infty$ -норми функції комплементарної чутливості системи як оцінки її робастності [7]. Описані в літературі процедури  $H_2/H_\infty$ -оптимізації [3-5] розроблені в основному для неперервних систем, тому кінцевою метою дійсної статті є безпосереднє застосування цього підходу до системи з дискретним часом.

**Мета і задачі дослідження.** Забезпечення номінальної якості і робастної стійкості можна досягти, використовуючи складний критерій оптимізації, що включає (з відповідними ваговими коефіцієнтами)  $H_2$ -норми, обчислені як для детермінованого так і стохастичного випадків, а також вищезгадану  $H_\infty$ -норму, причому всі ці норми обчислюються як для номінальної, так і параметрично збурених моделей об'єкта управління [3]. Це дозволяє регулювати внески детермінованої і стохастичної частин у мінімізований показник якості, у той час, як поєднуючи в один критерій оптимізації  $H_2$ - і  $H_\infty$ -норми можна досягти компромісу між вимогами до придушення зовнішніх (координатних) і внутрішніх (параметричних) збурювань [7; 9].

### ОСНОВНА ЧАСТИНА

#### Обчислення комбінованого критерію оптимізації

Стандартна форма дискретної СУ представлена на рис. 1.

Вектор зовнішнього збурювання  $g$  (стохастичний вектор турбулентної швидкості вітру) описується стандартною моделлю Драйдена [1], що визначає матрицю спектральних щільностей цього вектора. Для формування процесу  $g$  використовується багатомірний формуючий фільтр, вхід якого збуджується векторним білим шумом  $\eta$ . Формуючий фільтр представляється у просторі станів четвіркою матриць  $[A_f, B_f, C_f, D_f]$ . Опис спектральної моделі Драйдена і формуючого фільтра представлений в [1]. Матриця  $B_g 0$  на рис. 1 поєднує керуючий вхід управління  $u$  і вхід збурення  $g$  в один вектор входу;  $A$  — матриця простору станів БПЛА. Матриця  $C_0$  призначена для спостереження вектора виходу  $Y$ , що використовується для обчислення показника якості системи, а матриця  $C_c$  — для спостереження вектора виходу  $Y$  реальної замкнутої системи.

Формуючий фільтр використовується для розрахунку показника якості тільки в стохастичному випадку. Дискретний елемент (ДЕ) працює з періодом дискретизації  $T_s$ . Замкнута система, що включає в себе неперервний об'єкт, описана четвіркою матриць  $[A, B_{og}, C_c, D_o]$  та іншою четвіркою  $[A, B_{og}, C_o, D_o]$

© О. О. Абрамович, Н. В. Білак, А. М. Кліпа, 2024

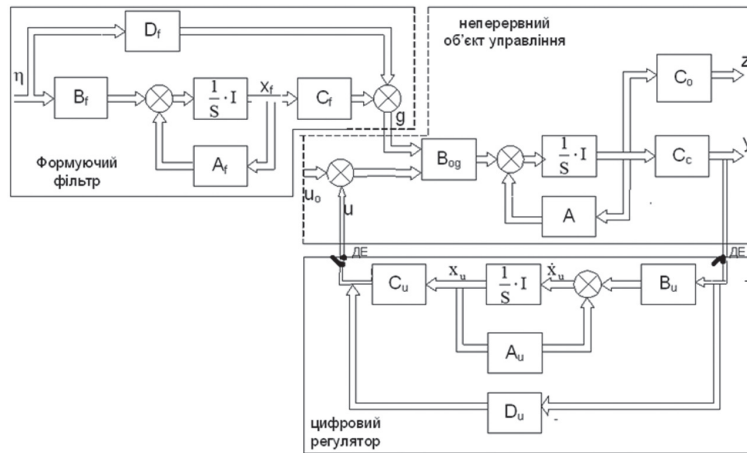


Рис. 1. Дискретна система управління

для розрахунку оптимізаційного критерію. Матриця  $D_0$  є нульовою матрицею для опису об'єкта управління й у зв'язку з цим на рис. 1 не показана.

Складний критерій оптимізації містить у собі наступні компоненти:

1)  $H_2$ -норма для кожної моделі дискретної системи управління (номінальної і параметрично збуреної) у детермінованому випадку:

$$J_d = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} [X^T(k) \cdot Q \cdot X(k) + u^T(k) \cdot R \cdot u(k)]}; \quad (1)$$

2)  $H_2$ -норма для кожної моделі у стохастичному випадку:

$$J_s = \sqrt{E_M [X^T(k) \cdot Q \cdot X(k) + u^T(k) \cdot R \cdot u(k)]}. \quad (2)$$

3)  $H_{\infty}$ -норма для кожної моделі:

$$\|T(j\omega)\|_{\infty} = \sqrt{\text{Sup}_{\omega} \bar{\sigma}(T(j\omega))} \quad 0 \leq \omega \leq \omega_N, \quad (3)$$

де  $\omega_N$  — частота Найквіста,  $\omega_N = \pi/T$ .

У виразі (1) і (2)  $X$  — вектор змінних простору станів;  $u$  — вектор управління;  $E_M$  — оператор математичного очікування, що обчислюється по ансамблю;  $Q, R$  — діагональні матриці, що враховують вагу кожної змінної простору станів ( $Q$ ) і керуючих впливів ( $R$ ).

У виразі (3)  $\bar{\sigma}$  — максимальне сингулярне число матриці  $T(j\omega)$  комплементарної функції чутливості в діапазоні частот  $0 \leq \omega \leq \omega_N$ .

Ці норми можна виразити через граміани керованості замкнутої системи управління  $L_c, L_o$ , що визначаються з рішення дискретних рівнянь Ляпунова:

$$\begin{aligned} A L_c A' - L_c + B B' &= 0 \\ A' L_o A - L_o + C' C &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Граміан керованості для стохастичного випадку:

$$L_{cs} = \text{gram}(A_s, B_s). \quad (5)$$

Граміан керованості для детермінованого випадку:

$$L_{cd} = \text{gram}(A, B). \quad (6)$$

$H_2$ -норми обчислюються таким способом:

$$\|H\|_2 = \text{trace}(C L_c C'). \quad (7)$$

З виразу (7) випливає, що функція витрат для стохастичного випадку має вигляд:

$$J_s^2 = \text{trace}(C_s^w L_{cs} (C_s^w)^T). \quad (8)$$

Функція витрат для детермінованого випадку має вигляд:

$$J_d^2 = \text{trace}(C^w L_{cd} (C^w)^T), \quad (9)$$

де  $C_s^w = Q C_s$  — вагова матриця спостереження для стохастичного випадку,  $Q$  — діагональна матриця, що визначає вагу кожного компонента вектора стану у комплексному показнику якості;  $C^w = Q C$  — вагова матриця спостереження для детермінованого випадку.

Таким чином, можна записати комплексний показник якості у вигляді:

$$J = \lambda_d^n J_d^n + \lambda_s^n J_s^n + \sum_{i=1}^m (\lambda_d^p J_d^p + \lambda_s^p J_s^p), \quad (10)$$

де  $\lambda_d^n, \lambda_s^n, \lambda_d^p, \lambda_s^p$  — вагові коефіцієнти, що необхідні для того, щоб зробити пропорційний внесок стохастичної і детермінованої частин у складний показник якості.

Доречно відмітити, що завдяки використанню цих вагових коефіцієнтів, можна досягти компромісу між якістю збуреної і номінальної систем. У вираз (10) також необхідно додати  $\|H\|_2$ -норму функції комплементарної чутливості для номінальної і збуреної моделей, після чого показник якості має такий вигляд

$$J_c = J + \lambda_{\infty} [\|T_n\|_{\infty} + \|T_p\|_{\infty}] \quad (11)$$

Розраховуючи складний показник якості таким чином, можна досягти компромісу між якістю системи та робастністю, змінюючи відповідні вагові коефіцієнти.

Оскільки всі ці розрахунки можна проводити тільки для стійких систем, необхідно у складний показник якості оптимізаційної процедури включити штрафну функцію (рис. 2), що обмежує розміщення полюсів замкнутої системи на комплексній площині.

Дискретна система стійка, якщо всі корені характеристичного рівняння лежать усередині кола одиничного радіуса на комплексній площині  $z$ . Радіус  $R_1 < 1$  забезпечує запас стійкості, а радіус  $R_2 \ll R_1$  обмежує ширину пропускання замкнутої системи.

Ця область, яка зображена на рис. 2, *a*, обмежена двома напівжирними колами. Перше коло з великим радіусом визначає запас стійкості (відстань  $d_0$  до кола з одиничним радіусом). Друге коло з маленьким радіусом визначає максимальну ширину пропускання замкнутої системи. Щоб уникнути виникнення високочастотних коливань з частотою Найквіста, всі полюси замкнутої системи повинні розміщуватися усередині правого одиничного півкола. Обмеження коливальності в неперервних системах досягається у тому випадку, якщо полюси замкнутої системи обмежені сектором у площині  $s: s = -d \pm j\omega$  з кутом нахилу ліній рівного загасання:  $\alpha = \arctg \frac{\omega}{d}$ . Відповідно до теорем відображення [8] лінії рівного загасання в  $s$ -площині відображаються в логарифмічні спіралі в  $z$ -площині (рис. 2, *a*, криві 1 і 2), що описуються в полярних координатах наступним виразом:  $z = e^{(ctg\alpha)\varphi}$ . Вищевикладене дає підставу представити припустиму область  $M$  розміщення полюсів на  $z$ -площині заштрихованою фігурою на рис. 2, *a*. Штрафна функція є функцією мінімальної відстані від полюсів номінальної й збуреної систем до кожної з границь області  $M$ . Сама ж штрафна функція  $PF$ , як функція цієї мінімальної відстані  $dm$  визначається виразом:

$$PF(d_m) = \begin{cases} 0, & d_m \geq d_{m1} \\ \frac{P}{2} \left[ 1 + \cos \left( \frac{\pi(d_m - d_0)}{(d_{m1} - d_0)} \right) \right], & d_0 < d_m < d_{m1}, \\ P, & d_m \leq d_0 \end{cases} \quad (12)$$

де  $P$  — велике число (наприклад,  $P = 104 - 106$ ). Ця функція утримує полюси всередині припустимої області  $M$ . Графічно штрафна функція представлена на рис. 2, *b* її перетином вертикальною площиною, що проходить через вісь  $Re$ .

**Приклад 1. Робастна параметрична оптимізація дискретної СУ подовжнього руху.**

Номінальна й збурена моделі подовжнього каналу малого БПЛА, що відповідають істинній повітряній швидкості 250 км/год і 200 км/год, мають вигляд:

$$A = \begin{bmatrix} -0,0345 & 6 & -9,78 & 0 & 0 \\ -0,0041 & -1,76 & 0 & 0,99 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0,0033 & -25,7 & 0 & -2,19 & 0 \\ 0 & -69,4 & 69,4 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad A_p = \begin{bmatrix} -0,0273 & 6 & -9,78 & 0 & 0 \\ -0,0064 & -1,39 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0,0036 & -16,1 & 0 & -1,73 & 0 \\ 0 & -55,6 & 55,6 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$B = [0,36 \quad -0,16 \quad 0 \quad -31,1 \quad 0]^T; \quad B_p = [0,36 \quad -0,13 \quad 0 \quad -19,9 \quad 0]^T,$$

де матриці збуреної моделі позначаються з індексом «р».

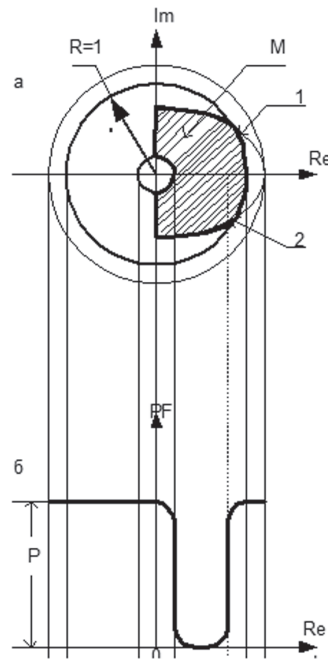


Рис. 2. Штрафна функція на комплексній  $z$ -площині: *a* — розміщення полюсів замкнутої системи; *b* — графік  $PF(dm)$

На вхід регулятора надходять сигнали від датчиків висоти  $h$ , кута тангажу  $\theta$  і кутової швидкості по тангажу  $q$ , відповідно,  $K_h, K_\theta, K_q$  — їхні коефіцієнти підсилення.

Вектор вимірюваних координат  $Y = [h, \theta, q]^T$ , регулятор представляється матрицею — рядком  $C = [K_h, K_\theta, K_q] * C_{\theta q}$ . Вектор стану —  $X = [\alpha, \theta, q, h, \delta e]$ , а відхилення руля висоти є управлінням  $u$ .

Використовуються пристрої динамічної корекції (ПД-регулятори для контуру швидких  $C_{\theta q}$  і повільних рухів  $Ch$ ) з наступними передавальними функціями:

$$W_{Ch}(z) = K_h + \frac{K_5}{T} * \frac{(z-1)}{z}, \quad W_{C_{\theta q}}(z) = 1 + \frac{K_4}{T} * \frac{(z-1)}{z}. \quad (14)$$

Вектор параметрів автопілоту  $\vec{C}_n$ , що визначається оптимізаційною процедурою, складається з наступних компонентів:

$$\vec{C}_n = [K_\theta, K_q, K_h, K_4, K_5]. \quad (15)$$

Вагові коефіцієнти у складному показнику якості:  $\lambda_{0d} = \lambda_{pd} = 1,2$ ,  $\lambda_{0s} = \lambda_{ps} = 10$ ,  $\lambda_\infty = \lambda_{p\infty} = 0,4$ . У штрафній функції використовуються наступні параметри:  $R1 = 0,9999$ ,  $R2 = 0,0005$ . Після оптимізації вектор параметрів для подовжнього каналу буде мати вигляд:  $\vec{C}_n = [-9,2 \quad -1 \quad -0,05 \quad 0,14 \quad 0,008]$ .

Чисельні характеристики номінальної й збуреної систем представлені у табл. 1, з якої видно, що с.к.з. змінних стану номінальної й збуреної систем, так само як і запас стійкості і  $H_2$  і  $H_\infty$ -норми мають невеликі розходження, цілком припустимі з погляду функціонування системи в цілому.

Таблиця 1

Чисельні характеристики номінальної і збуреної систем

Об'єкт	С.к.з. змінних простору стану					Запас стійкості		$H_2$ -норма	$H_\infty$ -норма
	$\alpha$ , (rad)	$\vartheta$ , (rad)	$q$ , (rad·sec <sup>-1</sup> )	$h$ , (m)	$\delta e$ , (rad)	Фаза, (deg)	Амплітуда, (dB)		
Номінальна	0,0007	0,0034	0,003	1,07	0,0017	145	20	1,59	0,43
Збурена	0,0009	0,0063	0,0035	1,39	0,0019	152	23	1,15	0,29

Застосування складного показника якості в параметричній оптимізації, який оснований на змішаному  $H_2/H_\infty$ -багатомодельному підході, а також застосування спеціальної штрафної функції дає можливість одночасно досягти і робастності, і гарної якості СУ БПЛА. Цей складний показник якості обчислюється для номінальної моделі, що відображає номінальні умови польоту БПЛА і для параметрично збуреної моделі (наприклад, при зміні повітряної швидкості).

Змінюючи співвідношення вагових коефіцієнтів, можна підбирати внесок кожної частини показника якості. Процедура оптимізації складається з оптимізаційної програми, програми оцінки результатів оптимізації і моделювання кінцевої СУ. Якщо результати оптимізації не задовольняють вимогам до СУ, коректуються вагові коефіцієнти у показнику якості, потім виконується оптимізаційна процедура знову доти, поки будуть досягнуті прийнятні результати всіх складових складного показника якості.

Практичне використання результатів оптимізації вимагають також моделювання динаміки системи при наявності нелінійних елементів типу насичення, зони нечутливості і т.д., що широко використовуються в реальних законах управління польотом. У зв'язку з цим остаточний висновок про якість функціонування СУ роблять після її моделювання в пакеті Simulink із використанням необхідних нелінійних функцій. Схема моделювання подовжнього каналу з включенням усіх необхідних нелінійних елементів (насичення сервопривода, коректора висоти і т.д.) при впливі стохастичних вітрових збурювань показані на рис. 4.

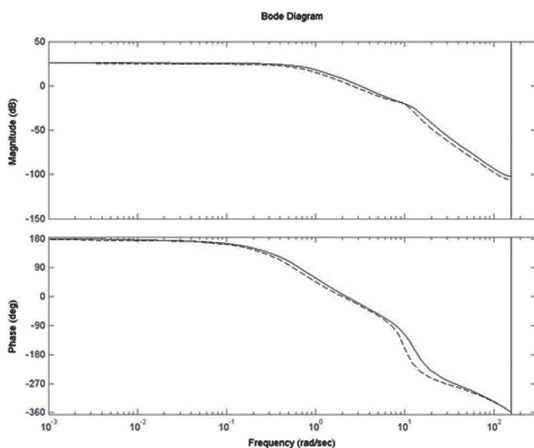


Рис. 3. Амплітудно-частотна та фазочастотна характеристики замкнутої системи

### Приклад 2. Робастна параметрична оптимізація дискретної СУ бічного руху.

Розглянемо режим стабілізації курсу для малого БПЛА з наступними параметрами [4; 8]: швидкість  $U_0 = 250$  км/год, висота  $H_0 = 2$  км, максимальна злітна маса  $m = 146$  кг, моменти інерції  $J_{xx} = 17,8$  кг·м<sup>2</sup>,  $J_{zz} = 124$  кг·м<sup>2</sup>,  $J_{xz} = 2,6$  кг·м<sup>2</sup>, площа крил  $S = 1,84$  м<sup>2</sup>. Компоненти матриці інерції БПЛА приведені в зв'язаній з літаком системі координат, прийнятої в американській літературі [1], де вісь  $x$  є подовжньою віссю літака, вісь розташована в горизонтальній площині літака і спрямована уздовж правого крила літака, а вісь  $z$  направлена вниз. Позначення кутових швидкостей  $p$ ,  $r$  (яким відповідає  $\omega_x$  й  $\omega_z$

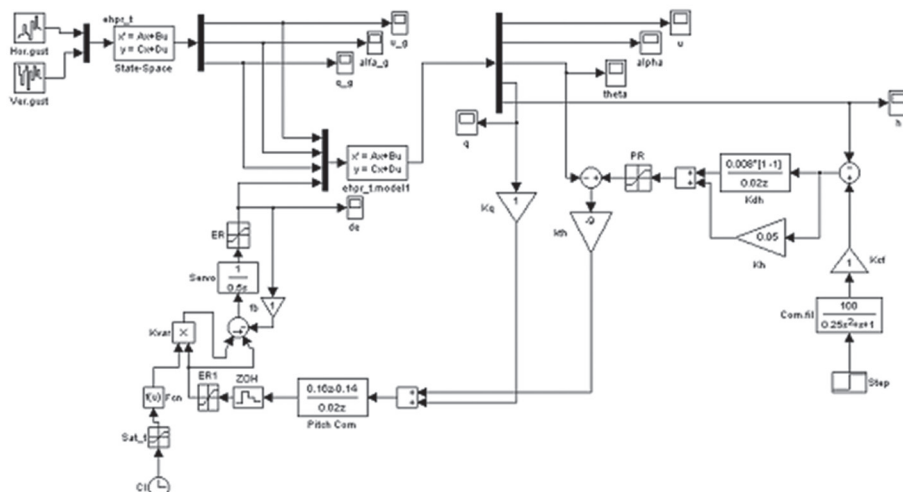


Рис. 4. Схема моделювання поздовжнього каналу у пакеті Simulink

у вітчизняній літературі) також є загальноприйнятим в англійській літературі. Управління у бічному русі здійснюється тільки елеронами.

Розглядаються дві моделі: номінальна (при дійсній повітряній швидкості 250 км/год) і обурена (при дійсній повітряній швидкості 200 км/год). Матриці простору станів  $A_u$  ( $A_{up}$ ) і управління  $B_u$  ( $B_{up}$ ) для обох лінійних моделей із входом управління  $\delta a$ , вектором стану  $X = [\beta, \phi, p, r, \psi]^T$  і вектором виходу  $Y = [\phi, p, r, \psi]^T$  мають вигляд:

$$A_u = \begin{bmatrix} -0,136 & 0,14 & 10^{-4} & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -56,21 & 0 & -11,25 & 3,3 & 0 \\ 1,2 & 0 & -0,21 & -0,24 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad A_{up} = \begin{bmatrix} -0,109 & 0,175 & 10^{-4} & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -36,28 & 0 & -9,2 & 32,8 & 0 \\ 10,86 & 0 & -0,17 & -0,185 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$B_u = [0 \ 0 \ 160 \ 0 \ 0]^T; \quad B_{up} = [0 \ 0 \ 103,6 \ 0 \ 0]^T,$$

де матриці збуреної моделі позначаються з індексом «р», а в якості змінних станів використовуються  $\beta, \phi, \psi$  — кути ковзання, крену і ристання відповідно;  $p, r$  — кутові швидкості крену і ристання відповідно. При дослідженні стохастичного випадку передбачалося, що на БПЛА діє турбулентний бічний вітер, с.к.з. миттєвої швидкості якого дорівнює 2,5 м/с.

На вхід авіопілоту надходять сигнали від датчиків кутів крену  $\phi$  і ристання  $\psi$ , і кутових швидкостей крену  $p$  і ристання  $r$ . Коефіцієнти підсилення цих сигналів позначені відповідно як  $K_\phi, K_\psi, K_p, K_r$ . Відомо [1; 2], що стандартна схема бічного руху авіопілоту містить реальний диференціатор (wash-out filter) у ланці датчика швидкості ристання  $r$ . Передавальна функція цієї ланки у дискретному часі має вигляд:

$$W_r(z) = K_r \frac{z-1}{z-d} = K_r W_0(z), \quad d = e^{T/\tau}, \quad T = 0,02 \text{ с}, \quad \tau = 1 \text{ с}. \quad (17)$$

Передавальна функція пристрою динамічної корекції (дискретного ПД-регулятора) [1; 2], на вхід якого надходять сигнали від кута крену  $\phi$  і швидкості крену  $p$ , має вигляд:

$$W_C(z) = K_{v1} + K_{v0} \frac{z-1}{Tz}. \quad (18)$$

Закон управління має такий вигляд:

$$u = [[K_\phi, K_p] \cdot W_C(z) \quad K_r \cdot W_0(z) \quad K_\psi] \cdot [\phi \ p \ r \ \psi]^T. \quad (19)$$

Вектор параметрів авіопілоту  $\vec{C}_a$  має вигляд:

$$\vec{C}_a = [K_{v1}, K_{v0}, K_\phi, K_p, K_r, K_\psi]. \quad (20)$$

Складний показник «робастність-якість» можна записати у наступному вигляді:

$$J^2 = \lambda_{0d}(J_{0d})^2 + \lambda_{0s}(J_{0s})^2 + \lambda_{pd}(J_{pd})^2 + \lambda_{ps}(J_{ps})^2 + \lambda_\infty T_\infty^2 + \lambda_{p\infty} T_{p\infty}^2, \quad (21)$$

де  $J_{0d}, J_{0s}$  — показник якості для детермінованої і стохастичної частини номінальної системи;  $\lambda_{0d}, \lambda_{0s}$  — відповідні вагові коефіцієнти; символ з індексом «р» — величина збуреної системи. Символами  $T_\infty, T_{p\infty}$  і  $\lambda_\infty, \lambda_{p\infty}$  позначаються  $H_\infty$ -норми для функції комплементарної чутливості і відповідні вагові коефіцієнти.

енти для номінальної й збуреної системи. Після декількох «прогонів» оптимізаційної процедури були визначені наступні значення вагових коефіцієнтів:  $\lambda_{0d} = \lambda_{pd} = 10$ ,  $\lambda_{0s} = \lambda_{ps} = 12$ ,  $\lambda_{\infty} = \lambda_{p\infty} = 20$ . Параметри штрафної функції дорівнюють:  $R1 = 0,9999$ ,  $R2 = 0,22$ ,  $\alpha = 70^\circ$ . Після виконання останнього «прогону» оптимізаційної процедури з даними значеннями вагових коефіцієнтів і параметрів штрафної функції визначений наступний вектор параметрів настроювання автопілоту:  $C_a = [0,3 \ 0,007 \ 6 \ 16 \ 5 \ 4]$ .

Чисельні характеристики номінальної й збуреної систем представлені у табл. 2, з якої видно, що с.к.з. змінних станів номінальної й збуреної систем, також як і запаси стійкості,  $H_2$  і  $H_\infty$ -норми відрізняються один від одного незначно. Малі значення с.к.з. змінних станів у стохастичному випадку і  $H_2$ -норми у детермінованому випадку свідчать про те, що система має значний резерв якості, яким можна пожертвувати, якщо знадобиться підвищити робастність СУ.

Таблиця 2

Чисельні характеристики номінальної і збуреної систем

Об'єкт	С.к.з. змінних простору стану					Запас стійкості		$H_2$ -норма	$H_\infty$ -норма
	$\varphi$ , (град)	$p$ , (град/с)	$r$ , (град/с)	$\psi$ , (град)	$\delta\alpha$ , (град)	Фаза, (град)	Амплітуда, (dB)		
Номінальна	0,245	0,412	0,1120	0,093	0,023	17	4,1	0,156	0,903
Збурена	0,269	0,389	0,1121	0,118	0,029	25	7,5	0,137	1,037

Близькість динамічних характеристик замкнутих номінальної і параметрично збуреної систем ілюструється і логарифмічними частотними характеристиками, представленими на рис. 5.

Для одержання реальних результатів необхідно зробити моделювання СУ бокового руху з включенням усіх нелінійних елементів.

Схема моделювання бічного каналу показана на рис. 6.

**ВИСНОВКИ**

Середньоквадратичні відхилення змінних стану номінальної та збуреної моделей системи, запаси стійкості за фазою та амплітудою, значення норм мають невеликі розходження, цілком припустимі з погляду функціонування системи у цілому.

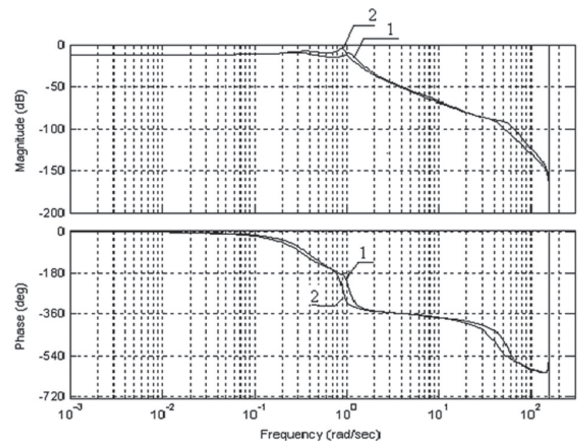


Рис. 5. Логарифмічні частотні характеристики замкнутої системи: 1 — номінальної; 2 — збуреної

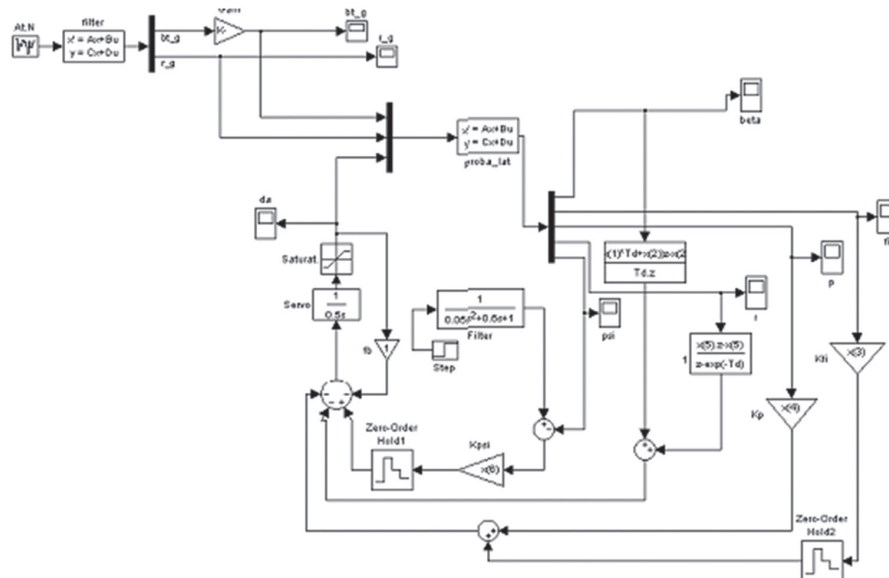


Рис. 6. Схема бічного каналу

Малі значення середньоквадратичних відхилень змінних стану у стохастичному випадку свідчать про те, що система має значний резерв якості, яким можна пожертвувати, якщо знадобиться підвищити робастність системи.

Мале відхилення логарифмічних характеристик номінальної та збуреної моделей свідчить про високу робастність системи.

## Список використаної літератури

1. *Тупік А. А., Абрамович Е. А. Parametric robust optimization of the digital flight control systems // Вісник НАУ, 2003. №2. С. 31–37.*
2. *Луцька Н. М., Ладанюк А. П. Оптимальні та робастні системи керування технологічними об'єктами. Київ: 2019. 288 с.*
3. *Абрамович О. О., Білак Н. В., Кліпа А. М. Оптимальні системи керування літальними апаратами та рухомими об'єктами. Лабораторний практикум. Київ: НАУ, 2024. 60 с.*
4. *Мокін Б. І., Мокін О. Б. Теорія автоматичного керування. Методологія та практика оптимізації: навч. посіб. Вінниця: ВНТУ, 2020. 210 с.*

*O. Abramovich, N. Bilak, A. Klipa*

**ROBUST OPTIMIZATION OF HIGHLY RELIABLE AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS**

The article proposes a method for achieving a compromise between the robustness and quality of control systems for nominal and parametrically disturbed object models in deterministic and stochastic cases. The multi-model  $H_2/H_\infty$  robust optimization approach is used to solve the problem. Ensuring nominal quality and robust stability can be achieved using a complex optimization criterion that includes (with appropriate weighting factors)  $H_2$ -norms calculated for both deterministic and stochastic cases, as well as the above-mentioned  $H_\infty$ -norm, and all these norms are calculated as for nominal and parametrically disturbed models of the control object. This allows you to adjust the contributions of the deterministic and stochastic parts to the minimized quality indicator, while by combining the  $H_2$ - and  $H_\infty$ -norms into one optimization criterion, you can achieve a compromise between the requirements for suppressing external (coordinate) and internal (parametric) disturbances.

A new result of this work is the development of the named approach for a discrete model. The results of the work are directly demonstrated on the examples of robust parametric optimization of the discrete CS of the longitudinal and lateral movements of a small UAV. The root-mean-square deviations of the state variables of the nominal and disturbed models of the system, stability reserves in terms of phase and amplitude, values of norms have small differences, which are quite acceptable from the point of view of the functioning of the system as a whole. Small values of root mean square deviations of state variables in the stochastic case indicate that the system has a significant reserve of quality that can be sacrificed if it is necessary to increase the robustness of the system. A small deviation of the logarithmic characteristics of the nominal and disturbed models indicates the high robustness of the system.

**Keywords:** robustness; multi-model approach; comprehensive quality indicator; quality-robustness; parametric optimization; system reliability.

