УДК 004.85:004.056 **DOI:** 10.31673/2412-9070.2025.051282
Н. В. ГАЛАГАН[1], канд. техн. наук, доцент;
ORCID: 0000-0001-8582-3126
І. І. БОРИСЕНКО[1], канд. техн. наук, доцент;
ORCID:0009-0001-8645-3881
А. І. ГІЗУН[2], канд. техн. наук, професор;
ORCID:0000-0002-2974-6987,
Н. С. ХАБ'ЮК[1], ст. викладач,
ORCID:0009-0005-7917-5528
[1]Державний університет інформаційно-комунікаційних технологій, Київ
[2]Київський авіаційний інститут

ДОСЛІДЖЕННЯ НАДІЙНОСТІ ТА БЕЗПЕКИ *N*-ВИМІРНОЇ СИСТЕМИ МЕТОДОМ ПОЕТАПНОЇ ОРТОГОНАЛІЗАЦІЇ

Стаття присвячена дослідженню надійності та безпеки N-вимірних інформаційно-комунікаційних систем методом поетапної ортогоналізації. ІТ-системи розглядаються як такі, що впливають на керовані об'єкти та середовище, де відмови критично важливих компонентів підвищують ризики та можуть мати небезпечні наслідки. Запропонований метод, що базується на лінійній алгебрі, аналізує системи рівнянь подій, поєднуючи детермінований і стохастичний підходи для зниження ризиків.

Метод поетапної ортогоналізації замінює сумісні події у рівняннях на несумісні, що забезпечує розв'язання систем зі зворотним стохастичним зв'язком. Узагальнена модель системи відображає взаємодію з середовищем, але є менш наочною, ніж метод Гауса, який непридатний через обмеження перенесення доданків. Автори пропонують спосіб послідовного виключення невідомих, враховуючи несумісність подій контурів управління.

Алгоритм, ілюстрований на графі з n вершинами, оцінює ймовірності інформаційних потоків як функції вихідних подій. Метод враховує стохастичні зв'язки, забезпечуючи оцінку надійності та безпеки систем із роздільним управлінням. Поетапна ортогоналізація є перспективним інструментом для аналізу складних систем, сприяючи зниженню ризиків і підвищенню їхньої працездатності.

Ключові слова: інформаційно-комунікаційна система; N-вимірна система; ортогоналізація; стохастичний зв'язок; система рівнянь подій; логіко-ймовірнісний аналіз; граф подій; контур управління; ймовірність потоків.

Вступ

Сучасні інформаційно-комунікаційні системи відіграють вирішальну роль у функціонуванні керованих об'єктів, а їхні відмови можуть становити значну загрозу для навколишнього середовища та інших систем. Це робить дослідження їхньої надійності та безпеки надзвичайно актуальним завданням [1-3, 5]. Представлений у статті метод поетапної ортогоналізації є інноваційним підходом, спрямованим на аналіз складних N-вимірних систем із урахуванням їхньої стохастичної природи.

Метод поетапної ортогоналізації, що поєднує принципи лінійної алгебри та логіко-ймовірнісного аналізу, забезпечує ефективне вирішення проблеми аналізу систем зі зворотним стохастичним зв'язком, чого не дозволяють традиційні методи (наприклад, метод Гауса). Ця унікальна властивість досягається завдяки заміні сумісних подій на несумісні, що спрощує розв'язання систем рівнянь подій і дозволяє встановити зв'язок між детермінованим і стохастичним підходами [6, 7].

Запропонований алгоритм передбачає послідовне виключення невідомих, що забезпечує перехід від системи рівнянь до виразів ймовірностей інформаційних потоків. Цей підхід ілюструється на прикладі графа з n вершинами і враховує особливості контурів управління, де події є несумісними. Завдяки своїй ефективності, метод поетапної ортогоналізації є перспективним інструментом для підвищення надійності, безпеки та працездатності складних N-вимірних систем.

Основна частина

Під поняттям «інформаційна безпека» розуміють стан (рівень) захищеності інформаційних ресурсів – інформаційних об'єктів та інформаційних систем – від негативних впливів (як випадкових, так і здійснюваних навмисно), які можуть завдати шкоди самій інформації та засобам її передавання й обробки, а, отже, негативно відбитися на власниках інформаційних ресурсів, державі, суспільстві та інших учасниках процесів інформаційного обміну. Більшість сучасних інформаційних ресурсів, а також інформаційних систем практично не можуть розглядатися у відриві від комплексу елементів (факторів), пов'язаних із забезпеченням інформаційної безпеки: загроз для інформаційних ресурсів, різних засобів і заходів захисту, бар'єрів для проникнення, а також вразливостей у системах захисту інформації [8]. Таким чином, модель системи інформаційної безпеки можна представити у вигляді рис. 1.

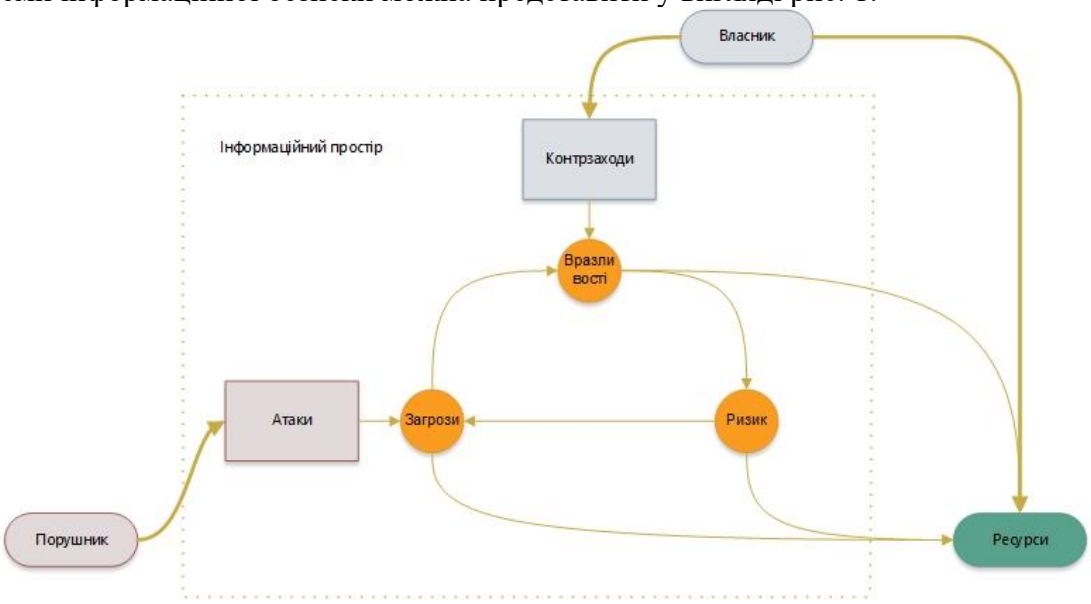

Рис. 1. Модель системи інформаційної безпеки

Таким чином, під інформаційною безпекою в більш загальному вигляді можна визначити як сукупність засобів, методів і процесів (процедур), які забезпечують захист інформаційних активів і гарантують збереження ефективності та практичної корисності як технічної інфраструктури інформаційних систем, так і відомостей, які в таких системах зберігаються і обробляються. Мета інформаційної безпеки полягає в тому, щоб зберегти цілісність, повноту та точність інформації, зменшити ризик несанкціонованих змін в інформаційних системах. Для того, щоб забезпечити підприємству розвиток та конкурентоспроможність, необхідно створити систему управління інформаційною безпекою [8].

З іншого боку інформаційна система відчуває на собі впливи, як зловмисника так і керуючих ланок підприємства, установи чи організації, де ця інформаційна система розгортається. Відповідно такі впливи можна трактувати як події, сумісні або не сумісні. Кожна подія змінює інформаційну систему таким чином виводячи її з рівноваги. Наприклад, зловмисник виводить систему з рівноваги, використовуючи її вразливості, тоді керуючий елемент буде намагатися повернути систему до стану рівноваги (гомеостатичний стан).

Тобто ІТ-систему можна розглядати як таку, що діє через керований об'єкт, впливаючи на навколишнє середовище, інші системи та об'єкти з високою критичністю відмов. Такий вплив спрямований на зниження ризиків і мінімізацію наслідків надзвичайних ситуацій, а також на збереження працездатності системи. Водночас, відмова критично важливих для безпеки компонентів може, навпаки, підвищити ці ризики та спричинити небезпечний вплив на

інформаційне й фізичне середовище. Модель такої системи наведена на рис. 2. Доцільно проводити дослідження надійності та безпеки такої N-вимірної системи методом поетапної ортогоналізації.

Для таких систем доцільно проводити дослідження надійності та безпеки такої N-вимірної системи методом поетапної ортогоналізації.

Рис. 2. Узагальнена модель роботи системи

Наведений метод розв'язання системи рівнянь подій ґрунтується на теорії лінійної алгебри. Теорія такого розв'язання дала змогу встановити методологічний зв'язок детерміністичного та стохастичного аналізів. Узагальнена модель роботи системи, яка представлена на рис.1, вказує на взаємодію системи з середовищем та здійснення взаємного впливу. Однак вона позбавлена наочності порівняно з розв'язанням системи рівнянь за правилом Гауса. Це правило не можна застосувати під час розв'язання системи рівнянь подій для об'єктів із зворотним стохастичним зв'язком. Це пояснюється тим, що не можна довільно переносити доданки з однієї частини рівняння множин в іншу при спільних доданках.

Доцільно розробити наочний спосіб розв'язання системи рівнянь подій. Найбільш наочним є метод послідовного виключення невідомих, який широко використовується у логіко-ймовірнісному аналізі надійності та в лінійній алгебрі. Він може бути безпосередньо застосований для аналізу систем без дублювання функцій. Однак для систем із контурами зворотного стохастичного зв'язку не можна застосувати звичайну прийняту в лінійній алгебрі та логіці заміну змінних, що пояснюється сумісністю подій, які входять у праву частину системи рівнянь подій. Тому не можна довільно переносити доданки-події з правої частини у ліву частину рівняння подій. Крім того, у випадку наявності контурів управління (зворотних зв'язків) подія наступного результату може впливати на подію вихідного потоку інформації через інші події.

Розглянемо метод послідовного (подібно до методу Гауса) розв'язання системи рівнянь.

Ідея методу полягає у специфічній поетапній ортогоналізації — у заміні суми сумісних подій, що входять у праву частину рівнянь, на суму несумісних подій. Іншими словами, можна виконувати ортогоналізацію несумісних подій із правої частини рівнянь у ліву.

Особливість запропонованого методу полягає у специфіці реалізації, яка враховує особливості системи рівнянь для об'єктів зі зворотним стохастичним зв'язком. Після ортогоналізації та послідовного виключення невідомих здійснюється перехід від системи рівнянь до необхідного визначення виразів ймовірностей потоків інформації як функцій ймовірностей вихідних подій.

Метод потребує визначення понять простого шляху, добутку шляху, а також контуру управління і контуру управління циклу.

Простий шлях (ij) проходження потоку інформації (далі — простий шлях) із вершини i у вершину j графа подій — це впорядкована послідовність неповторюваних координатних ребер подій, що з'єднують вершини i та j. Іншими словами, простий шлях — це неповторювана послідовність координатних ребер, однаково спрямованих від вершини ***i*** до вершини ***j***, якими проходить потік інформації з вершини ***i*** до вершини ***j***.

Подія простого шляху (ji) **- добуток подій передавання інформації ε_{st}, відповідних координатним ребрам *st* простого шляху *ji***

Контур управління (ba) — впорядкована послідовність неповторюваних координатних ребер *qy* , що утворюють замкнутий контур і однаково спрямованих за годинниковою стрілкою або проти годинникової стрілки.

Подія контуру управління (ba) - добуток подій $\varepsilon_{q\gamma}$, що відповідають координатним ребрам qγ контуру управління.

Алгоритм побудови ортогоналізації

Приведемо алгоритм рецензії системи рівнянь методом поступової ортогоналізації на прикладі графа з n вершинами, який зображений на рис. 3.

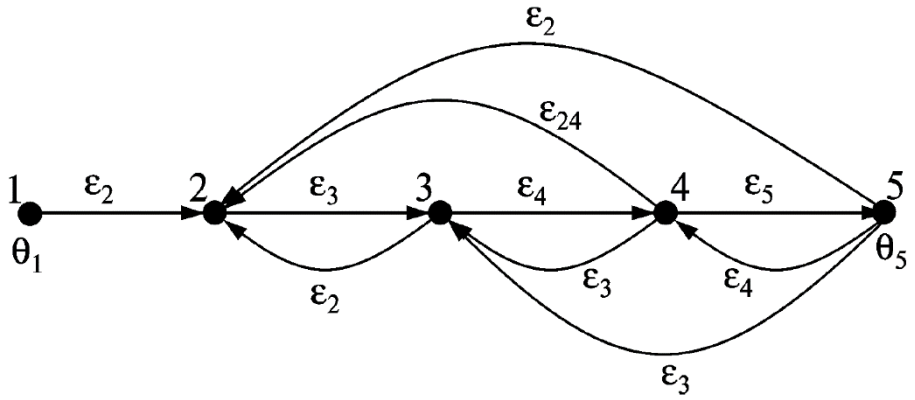

Рис. 3. Граф подій із шестиконтурним управлінням безпекою об'єкту

Подія вихідного потоку інформації графа θ_n. Розглянемо граф, що має лише один шлях із входу (вершини) *i = 1* на вихід (вершину) *j = n*. Такий граф методологічно є основним, тому що граф подій з багатьма шляхами може бути зведений до суперпозиції графів подій з одним шляхом. Аналізований граф має подію власного потоку інформації. $\theta_1 = \theta_1' = \emptyset$. Інші події власних потоків інформації неможливі: $\theta_k' = \emptyset \cdot \forall \cdot k \neq 1$. Координатні ребра графа, що утворюють шлях з вершини 1 вершину *n* (крім першого координатного ребра 21), охоплені зворотним зв'язком. Для даного графа система рівнянь подій має такий вигляд:

$$\theta_1 = \theta_1' + \emptyset \bullet \theta_2 + \emptyset \bullet \theta_3 + \emptyset \bullet \theta_4 + \emptyset \bullet \theta_5 + \cdots + \emptyset \bullet \theta_t + \cdots + \emptyset \bullet \theta n; \quad (1)$$

$$\theta_2 = \varepsilon_{21}\theta_1 + \emptyset \bullet \theta_2' + \varepsilon_{23} \bullet \theta_3 + \varepsilon_{24} \bullet \theta_4 + \varepsilon_{25}\theta_5 + \cdots + \varepsilon_{2t} \bullet \theta_t + \cdots + \varepsilon_{2n}\theta_n; \quad (2)$$

$$\theta_3 = \emptyset \cdot \theta_1 + \varepsilon_{32} \cdot \theta_2 + \emptyset \cdot \theta_3' + \varepsilon_{34} \cdot \theta_4 + \varepsilon_{35} \cdot \theta_5 + \cdots + \varepsilon_{3t} \cdot \theta_t + \cdots + \varepsilon_{4n} \cdot \theta_n; \quad (3)$$

$$\theta_4 = \emptyset \cdot \theta_i + \emptyset \cdot \theta_2 + \varepsilon_{43} \cdot \theta_3 + \emptyset \cdot \theta_4' + \varepsilon_{45} \cdot \theta_5 + \cdots + \varepsilon_{4t} \cdot \theta_t + \cdots + \varepsilon_{4n} \cdot \theta_n; \quad (4)$$

……..

$$\theta_t = \emptyset \cdot \theta_1 + \emptyset \cdot \theta_2 + \emptyset \cdot \theta_3 + \emptyset \cdot \theta_4 + \emptyset \cdot \theta_5 + \cdots + \varepsilon_{j(j-1)} \cdot \theta_{(j-1)} + \cdots + \varepsilon_{jn} \cdot \theta_n; \quad (1.t)$$

……

$$\theta_n = \emptyset \cdot \theta_1 + \emptyset \cdot \theta_2 + \emptyset \cdot \theta_3 + \emptyset \cdot \theta_4 + \cdots + \emptyset \cdot \theta_t + \cdots + \varepsilon_{n(n-1)} \cdot \theta_{(n-1)} + \emptyset \cdot \theta_n. \quad (1.n)$$

Для вирішення цієї системи рівнянь подій методом поетапної ортогоналізації необхідно врахувати особливість моделі об'єкта із зворотним зв'язком: *кожен контур управління (зворотного зв'язку) регулює стан об'єкта лише за однією подією з усієї їх сукупності*. Тому кожна подія контуру управління є несумісною з подіями інших контурів. Таким чином, під час поетапної ортогоналізації необхідно враховувати як несумісність подій, так і їх включення в інші події, що показано на прикладі графа подій (рис. 3).

З урахуванням викладеного, алгоритм розв'язання системи рівнянь подій (1), $i = \overline{1,n}$, методом поетапної ортогоналізації зводиться до встановлення залежності події вихідного потоку інформації θ_n від власного вхідного потоку інформації $\theta_1 = \theta_1'$ (з урахуванням ε-подій усіх координатних ребер) шляхом послідовного виключення всіх інших подій потоків інформації.

Алгоритм складається з таких *n* операцій.

1. У праву частину рівняння (2) замість події θ_1 підставляємо праву частину рівняння (1).

Отримуємо рівняння у правій частині якого замість події θ_1 записано подію θ_1'. Рівняння визначає подію θ_2 як функцію від події θ_1' та інших подій $\theta_k k=\overline{3,n}$, з урахуванням ε-подій координатних ребер.

2. У праву частину рівняння (3) замість події θ_2 підставляємо праву частину рівняння (2). У правій частині отриманого рівняння відсутні події θ_1, θ_2. Виконуємо перетворення, враховуючи несумісність і включення відповідних подій. Добуток ε-подій, записаних перед подією θ_3, позначаємо через w_1.

Помноживши обидві частини рівняння на протилежну подію $\overline{w_1}$, отримаємо рівняння (3), у правій частині якого відсутні події $\theta_1,\ \theta_2\ , \theta_3$, а ліва частина дорівнює добутку $\overline{w_1}\theta_3$.

3. Помножуємо обидві частини рівності θ_4 (4) на протилежну подію $\overline{w_1}$. Потім у правій частині набутої рівності замість добутку $\overline{w_1}$, θ_3 підставляємо праву частину рівності (3). Проводимо приведення подібних, враховуємо несумісність та включення відповідних подій правої частини. У правій частині набутої рівності добутку ε − подій, записаних перед θ_4 подією, позначаємо через w_2.

Помножуємо обидві частини рівності на довільну подію $\overline{w_2}$ і отримуємо рівність (4), у правій частині відсутні події $\theta_1,\ \theta_2,\ \theta_3, \theta_4$, а ліва частина дорівнює добутку $\overline{w_1}\ \overline{w_2}\ \theta_4$.

……..

t. Помножуємо обидві частини рівності θ_t (1.t) на добуток:

$$\overline{w_{1s}} = \bigcap_{k=1}^{s} \overline{w_k},$$

де $s = t - 2$. Замість виразу $\overline{w_{1s}}\ \theta_t$ підставляємо праву частину рівності (1.t) попереднього кроку $v = (t - 1)$. Проводимо приведення подібного, враховуючи невідповідність та включення відповідних подій правої частини. У правій частині отриманої рівності добуток ε − подій, записаних перед подією θ_t, позначаємо через w_h, де $h = t - 1$.

Перемножуємо обидві частини цієї рівності на протилежні події $\overline{w_h}$ і отримуємо рівність (1.t) в правій частині якої відсутні події $\theta_1, \ldots\ldots, \theta_t$, а ліва частина дорівнює добутку $\overline{w_{1h}}\theta_t$, де $\overline{w_{1h}} = \bigcap_{k=1}^{p} \overline{w_k}$, $h = t - 1$

……

(n-1). Помножуємо обидві частини рівності θ_n (1.n) на добуток:

$$\overline{w_{1q}} = \bigcap_{k=1}^{q} \overline{w_k}\ ,$$

де $q = n - 2$, замість виразу $\overline{w_{1q}}\theta_m$ підставляємо праву частину рівності (1.m) попереднього кроку $m = (n - 1)$. У правій частині рівності робимо приведення подібного, враховуючи невідповідність та включення відповідних подій у правій частині. У правій частині здобутої рівності добуток ε-подій, записаних перед подією θ_1, позначаємо через w_p, де $p = n - 1$.

Помноживши обидві частини рівності на протилежну подію $\overline{w_p}$, отримаємо рівність (1.n). Ліва частина цього рівняння дорівнює добутку $\overline{w_{1p}}\theta_n$, де

$$\overline{w_{1q}} = \bigcap_{k=1}^{p} \overline{w_k}\ ,$$

де $p = n - 1$. У правій частині даної рівності відсутні події $\theta_1, \ldots, \theta_n$, є подія θ_1'. Ця частина дорівнює добутку протилежної події $\overline{w_{1p}}$, подій простого шляху $\mathcal{V}_{n1}$ та події власного вхідного потоку інформації θ_1'.

Щоб отримати розв'язок системи рівнянь множин (1) – (1.n), придатний для застосування в теорії управління безпекою (надійністю), необхідно врахувати власне управління об'єктом. Зазвичай кожний контур управління регулює один об'єкт, хоча можливе також і спільне регулювання. Це означає, що, *по-перше, події кожного k-го контуру управління* $w_{ку}$ *несумісні з іншими w-подіями контуру управління. По-друге, події власного потоку інформації* θ_1' *не сумісні з усіма w-подіями контуру управління і, відповідно, з подіями* $w_{1p}(x)$. *Тому подія власного потоку інформації* θ_1' *збігається з протилежною подією* $\overline{w_{1p}}$.

З урахуванням вищевикладеного права частина рівності (1.n′) дорівнює добутку подій власного вхідного потоку інформації θ_1' та подій простого шляху V_{n1}.

У результаті отримуємо розв'язок *n-вимірної* системи рівнянь подій, придатних для застосування в теорії управління безпекою (надійністю) об'єктів за кожним із вхідних потоків.

З урахуванням роздільного управління по кожній властивості об'єкта кожна подія контуру управління вважається несумісною з будь-якою іншою подією контуру управління. Вона також несумісна з ε – подіями працездатного стану об'єкта, для якого не потрібна дія контурів управління. Тоді всі протилежні події контуру керування спільні.

Висновки

У статті представлено метод поетапної ортогоналізації, який є потужним засобом для аналізу надійності та безпеки складних N-вимірних інформаційно-комунікаційних систем. На відміну від традиційних підходів, наприклад, методу Гауса, цей інструмент успішно долає складнощі, пов'язані зі стохастичними зв'язками у системах із зворотним зв'язком.

Метод поетапної ортогоналізації N-вимірної системи дає можливість оцінити надійність і безпеку системи. Оцінка ймовірності події вихідного потоку інформації яка трактується, як детермінована, але при детальному описі системи та застосуванні методу експертної оцінки виявляються наглядні стохастичні зв'язки в роботі системи.

Принцип роботи методу полягає в заміні залежних подій на незалежні з подальшим послідовним виключенням невідомих. Це забезпечує точне обчислення ймовірностей інформаційних потоків. Застосовність методу ілюструється на прикладі графу з N вершинами, що моделює системи з роздільним управлінням, де події контурів управління є несумісними. Використання цього алгоритму дозволяє ефективно оцінювати вплив зворотних зв'язків та мінімізувати ризики, спричинені відмовами критичних компонентів, тим самим, збільшуючи працездатність системи.

Дослідження підкреслює, що поетапна ортогоналізація встановлює важливий методологічний зв'язок між детермінованим і стохастичним підходами, що має велике значення для теорії управління безпекою та надійністю. Крім того, експертна оцінка допомагає виявити приховані стохастичні залежності. Загалом, цей метод є багатообіцяючим для аналізу багатовимірних систем, сприяючи їхній стабільності та зниженню ризиків. Подальші дослідження можуть бути зосереджені на адаптації алгоритму для систем з більш розгалуженими шляхами та складнішими контурами управління.

Список літератури

1. Толкачов М. Ю. Механізми захисту трафіку в кіберпросторі. Сучасний захист інформації. 2024. Т. 4, № 60. С. 85–99. DOI: 10.31673/2409-7292.2024.040009.

2. Ковальчук Т. А. Математичні моделі та методи аналізу надійності адіоелектронних систем. Львів : ЛНУ ім. І. Франка, 2017. 220 с.

3. Berestov D., Kurchenko O., Shcheblanin Y., Korshun N., Opryshko T. Analysis of Features and Prospects of Application of Dynamic Iterative Assessment of Information Security Risks. CEUR Workshop Proceedings. 2021. Vol. 2923.

4. Alekseichuk L., Lande D., Novikov O. Application of Large Language Models for Assessing Parameters and Possible Scenarios of Cyberattacks on Information and Communica-tion Systems. Theoretical and Applied Cybersecurity. 2025.

5. Lutskyi M., Sydorenko V., Polozhentsev A., Apenko N., Sydorenko S. Model for Assessing the Effectiveness of Information Security Systems of Interdependent Critical Infrastructures. CEUR Workshop Proceedings. 2023. Vol. 3421.

6. Paulino A. F., de Mattos H. S., Paredes R. H. C. Stochasticity in Feedback Loops: Great Expectations and Guaranteed Ruin. Physical Review Letters, 2019. Vol. 123, No. 25. P. 250601.

7. Chang M., Coolen F. P. A., Coolen-Maturi T. New reliability model for complex systems based on stochastic processes and survival signature. European Journal of Operational Research. 2023. Vol. 310, № 1. P. 304–316. DOI: 10.1016/j.ejor.2023.02.027.

8. Управління інформаційною безпекою: конспект лекцій [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спец. 125 «Кібербезпека» / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: С. О. Носок, О. М. Фаль, В. М. Ткач. – Електронні текстові дані (1 файл: 1114 Кбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 258 с.

N. Halahan, I. Borysenko, A. Gizun, N. Khabiuk

STUDY OF THE RELIABILITY AND SAFETY OF AN N-DIMENSIONAL SYSTEM BY THE METHOD OF STEPWISE ORTHOGONALIZATION

In the context of digital transformation, ensuring the reliability and security of information and communication systems is becoming increasingly critical, as their stable operation determines the continuity of managing safety-critical objects and the protection of the information environment. This paper proposes a stepwise orthogonalization method for analyzing complex N-dimensional systems operating under stochastic feedback loops. Unlike traditional approaches, such as the Gaussian elimination method, the proposed solution accounts for the incompatibility of events arising in control loops, making it suitable for studying multi-loop structures with a high level of uncertainty.

The method combines tools of linear algebra and logic-probabilistic analysis, thus establishing a methodological link between deterministic and stochastic approaches. The algorithm relies on the sequential elimination of unknown variables and the substitution of compatible events with incompatible ones, which allows constructing expressions for evaluating the probabilities of information flows within the system. Its applicability is demonstrated using a graph with n vertices, modeling the distribution of information flows in environments with multiple control circuits. A key outcome of the method is the ability to accurately consider the influence of ε-events associated with the passage of signals through graph edges.

The proposed approach provides opportunities to assess the reliability and security of N-dimensional systems both at the level of individual information flows and the entire infrastructure. The stepwise orthogonalization method helps identify hidden stochastic dependencies, evaluate the probability of critical component failures, and determine their impact on overall system performance. The study emphasizes that this method can be effectively applied in practical safety management tasks, particularly in the design of information and communication networks, as well as in the integration of modern technologies such as MEC, NFV, and URLLC.

The obtained results confirm the efficiency of the stepwise orthogonalization method as a tool for reducing risks, improving reliability, and ensuring the resilience of complex systems under conditions of uncertainty. Future research may focus on extending the applicability of the method to more complex topologies, multiparametric scenarios, and systems with advanced adaptive control mechanisms.

Keywords: information and communication system; N-dimensional system; orthogonalization; stochastic connection; system of event equations; logical-probabilistic analysis; event graph; control loop; flow probability.