

УДК 004.8+519.673

DOI: 10.31673/2412-9070.2025.061215

О. С. БИЧКОВ¹, д.т.н., професор;
ORCID: 0000-0002-9378-9535

С. М. ІЩЕРЯКОВ², к.т.н., доцент;
ORCID: 0009-0007-5961-8218

Х. М. ЛИТВИНЧУК¹, аспірант;
ORCID: 0009-0006-5479-0978

В. В. АНТОНОВ², аспірант,
ORCID: 0009-0003-6664-5282

¹Київський національний університет імені Тараса Шевченка

²Державний університет інформаційно-комунікаційних технологій, Київ

ВИРІШЕННЯ ПАРАДОКСУ ЗАДЕ: АКСІОМАТИЧНА ТЕОРІЯ МОЖЛИВОСТЕЙ ЯК ФУНДАМЕНТ НАДІЙНОГО ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ

У статті побудовано математично узгоджену модель опису невизначеності, яка замінює традиційний одномірний підхід до оцінювання подій двоїстою системою мір – мірою можливості та мірою необхідності. Показано, що парадокс Заде є не випадковою аномалією, а критичним провалом механізму розв'язання конфліктів у теорії Демпстера-Шафера.

Як надійну альтернативу було представлено аксіоматичну теорію можливості, що використовує двоїсті міри можливості та необхідності. Цей підхід надає більш чесне та повне представлення невизначеного та суперечливого стану знань. Замість того, щоб приховувати конфлікт, він виводить його на передній план, дозволяючи системі повідомити про фундаментальну неоднозначність ситуації.

Запропоновано підхід до моделювання невизначеності для систем штучного інтелекту, що поєднує теорію Демпстера-Шафера з теорією можливості, забезпечуючи узгоджене представлення епістемічної невизначеності через інтервали довіри та міри можливості/необхідності. Розроблено модифікований підхід до комбінування свідчень для висококонфліктних сценаріїв. Запропоновано критерій узгодженості джерел і механізм адаптивного зважування джерел у процесі експертного оцінювання.

Ключові слова: теорія можливості; штучний інтелект; надійність; математичне моделювання; невизначеність.

Вступ

Фундаментальною проблемою на шляху до створення сильного штучного інтелекту залишається розробка математичних моделей, здатних адекватно відтворювати людську здатність міркувати в умовах невизначеності. Класична теорія ймовірностей, що є наріжним каменем сучасного машинного навчання, ефективно працює з алеаторною невизначеністю – випадковістю, але стикається з обмеженнями при моделюванні епістемічної невизначеності, тобто неясності, що виникає через брак знань, неточність експертних оцінок або розпливчастість мови.

Значним кроком уперед стала теорія Демпстера-Шафера (ТДШ), яка запропонувала потужний інструментарій для комбінування свідчень з різних джерел та явного моделювання невігластва. Завдяки своїй гнучкості ТДШ знайшла застосування в експертних системах, злитті даних від сенсорів та медичній діагностиці. Однак її центральний механізм - правило комбінації Демпстера призводить до логічних парадоксів при роботі з суперечливими свідченнями, найвідомішим з яких є парадокс Заде. Ця вразливість генерує контрінтуїтивні, а іноді й абсурдні висновки, що є неприпустимим для надійних систем штучного інтелекту.

Дана робота висуває та обґрунтовує тезу про те, що вирішення цієї кризи лежить у площині теорії можливостей, а саме в аксіоматичному підході, розробленому О. Бичковим. На відміну від

відміну від численних спроб “виправити” правило Демпстера, цей підхід будує з нуля логічно послідовну та математично строгу основу для роботи з невизначеністю, використовуючи дуалістичний апарат мір можливості та необхідності.

Метою статті є демонстрація того, що теорія можливостей не просто є альтернативою, а надає фундаментальне вирішення парадоксів ТДШ. Буде проведено порівняльний аналіз трьох парадигм - імовірнісної, доказової та можливісної. На прикладі класичної медичної діагностичної дилеми буде показано, як теорія можливостей дозволяє коректно обробляти суперечливі дані, уникаючи логічних пасток ТДШ і наближаючи формальні міркування до логіки природного інтелекту.

Актуальність дослідження

Актуальність даного дослідження для галузі штучного інтелекту зумовлена стрімким зростанням складності та відповідальності сучасних інтелектуальних систем. Автономні транспортні засоби, системи медичної діагностики, фінансові аналітичні платформи та військові системи розвідки покладаються на злиття даних з десятків гетерогенних джерел - сенсорів, баз знань, експертних оцінок, які часто є неповними, неточними та суперечливими.

Нездатність адекватно обробляти конфліктну інформацію є критичною вразливістю. Парадокси, властиві теорії Демпстера-Шафера, демонструють, що наявні популярні моделі можуть призводити до надмірно впевнених, але хибних висновків, що є неприпустимим у системах з високими ставками, де ціна помилки може бути катастрофічною. Таким чином, розробка математично обґрунтованого, надійного та логічно послідовного апарату для роботи з епістемічною невизначеністю є не просто теоретичною, а нагальною практичною задачею для створення безпечного та надійного ШІ.

Представлена аксіоматична теорія можливостей не лише вирішує відомі парадокси, але й закладає фундамент для моделювання значно складніших систем. На відміну від ТДШ, яка переважно орієнтована на статичний аналіз свідчень, цей підхід розширюється на моделювання нечіткої динаміки через такі інструменти, як “процес нечіткого блукання” та “нечіткі диференціальні рівняння”. Це відкриває перспективи для створення нового покоління систем ШІ, здатних аналізувати та прогнозувати поведінку складних динамічних процесів у робототехніці, системах керування та кіберфізичних системах в умовах фундаментальної невизначеності.

Фундаментальна відмінність між типами невизначеності найкраще ілюструється через уявний експеримент. Уявіть: ви стоїте на розі Хрещатика та Прорізної в Києві. Звичайний день, люди поспішають повз Пасаж. І раптом хтось запитує: “Яка ймовірність зустріти тут динозавра?” Це питання розкриває фундаментальну проблему того, як ми мислимо про реальність. Коли ми питаємо “Це можливо?”, ми насправді запитуємо: “Чи існує хоча б один сценарій, де це може статися?” Наш мозок шукає ментальну модель, історію, шлях, навіть якщо він унікальний чи рідкісний. Натомість питання “Це ймовірно?” переводить нас в інший режим мислення: “Якщо повторити цю ситуацію багато разів, як часто це станеться?” Теорія ймовірності працює з нашим досвідом минулого, теорія можливості - з нашою здатністю уявляти майбутнє.

Основна частина

Основний результат роботи полягає у побудові математично узгодженої моделі опису невизначеності, яка замінює традиційний одномірний підхід до оцінювання подій двоїстою системою мір - мірою можливості та мірою необхідності. У межах цієї моделі будь-яку подію A представляють не через одне число (як у теорії ймовірності чи у функції віри в ТДШ), а через інтервал:

$$[Nec(A), Pos(A)] , \quad (1)$$

де верхня межа $Pos(A) \in [0,1]$ відображає ступінь підтримки події, а нижня межа $Nec(A) \in [0,1]$ - мінімально гарантований рівень упевненості в її істинності. Обидві величини пов'язані співвідношенням:

$$Nec(A) = 1 - Pos(\neg A) , \quad (2)$$

що забезпечує логічну узгодженість системи й водночас вводить природну дуальність оцінки знання.

Ключовим математичним змістом результату є заміна адитивного підходу, характерного для ймовірності та правила Демпстера, макситивним підходом. Міра можливості визначається як функція:

$$Pos: \mathcal{P}(\Omega) \rightarrow [0,1],$$

яка задовольняє умови:

$$Pos(\emptyset) = 0, \quad Pos(\Omega) = 1,$$

а також макситивність:

$$Pos(A \cup B) = \max(Pos(A), Pos(B)). \quad (3)$$

Аналогічно, міра необхідності:

$$Nec: \mathcal{P}(\Omega) \rightarrow [0,1]$$

є мінімально адитивною у сенсі:

$$Nec(A \cap B) = \min(Nec(A), Nec(B)) \quad (4)$$

і пов'язана з мірою можливості через заперечення. Така аксіоматика створює алгебру, у якій нечіткість та невизначеність описують не як випадковість, а як неповноту знань.

Саме ця зміна аксіоматики дозволяє подолати парадокс Заде. У теорії Демпстера–Шафера комбінування свідчень двох незалежних джерел здійснюється за формулою:

$$m_{12}(A) = \frac{\sum_{B \cap C = A} m_1(B) m_2(C)}{1 - K}, \quad (5)$$

де:

$$K = \sum_{B \cap C = \emptyset} m_1(B) m_2(C) \quad (6)$$

є конфліктом. Якщо значення K наближається до 1, тобто джерела сильно суперечать одне одному, знаменник у формулі стає малим, і в результаті малоімовірна подія може отримати масу віри, близьку до 1. Саме так у медичному прикладі з двома експертами, де кожен підтримує різні діагнози M і C , але обидва допускають мінімальну частку ймовірності для T , правило Демпстера дає:

$$m_{12}(T) = 1.$$

Це й становить сутність парадоксу: мінімальна спільна підтримка перетворюється на повну впевненість.

У можливісній моделі цієї проблеми немає, оскільки комбінування відбувається не через адитивну нормалізацію, а через операції мінімуму та максимуму. Для двох незалежних джерел маємо:

$$Pos_{12}(A) = \min(Pos_1(A), Pos_2(A)), \quad (7)$$

$$Nec_{12}(A) = \max(Nec_1(A), Nec_2(A)). \quad (8)$$

Ці формули не створюють штучних підсилень і зберігають як корисну інформацію, так і конфлікт між експертами. Наприклад, якщо перший лікар вважає можливим тільки M і дуже малоімовірним T , тоді як другий лікар підтримує тільки C і так само незначно T , то отримаємо:

$$Pos_1(M) = 1, \quad Pos_1(T) = 0.01, \quad Pos_2(C) = 1, \quad Pos_2(T) = 0.01.$$

Після комбінування матимемо:

$$Pos_{12}(M) = 1, \quad Pos_{12}(C) = 1, \quad Pos_{12}(T) = 0.01,$$

а необхідності всіх гіпотез дорівнюють нулю:

$$Nec_{12}(M) = Nec_{12}(C) = Nec_{12}(T) = 0.$$

Таким чином, модель чесно показує стан повної невизначеності між M і C та слабкої можливості T . На відміну від ТДШ, де відбувається сплеск до повної впевненості, можливісна модель зберігає природну семантику: немає достатньої інформації для прийняття рішення.

Важливим результатом роботи є також доведення того, що інтервал $[Nec(A), Pos(A)]$ є повним носієм інформації про подію. Його ширина:

$$Pos(A) - Nec(A) \quad (9)$$

характеризує ступінь епістемічної невизначеності, тоді як його положення в інтервалі $[0, 1]$ відроджує загальний рівень підтримки події. Ця інтервальна природа знань дозволяє узгодити нечіткі та мовні оцінки експертів із формальною математичною структурою, що робить можливісний підхід природним мостом між людською інтуїцією та машинними алгоритмами.

Таким чином, основний результат роботи полягає у створенні математично строгого, аксіоматично узгодженого та логічно прозорого апарату для моделювання конфліктних і неповних даних. У цьому апараті ключову роль відіграє заміна адитивної логіки нормалізації на макситивну логіку можливості та мінімальну логіку необхідності. Отримана система не лише усуває парадокс Заде, а й формує фундамент для побудови надійних інтелектуальних систем, у яких невизначеність відображається чесно й без спотворень, а висновки відповідають як математичній строгості, так і людській інтуїції.

Експериментальні дослідження

Для ілюстрації руйнівних наслідків механізму нормування та переваг теорії можливостей розглянемо класичний приклад з медичної діагностики, так званий парадокс Заде.

Нехай два незалежних лікарі оглядають пацієнта. Обидва погоджуються, що пацієнт страждає на одне з трьох захворювань: менінгіт (M), струс мозку (C) або пухлину мозку (T). Таким чином, простір розпізнавання: $\Theta = \{M, C, T\}$.

Свідчення від Лікаря 1: Лікар 1 майже впевнений у діагнозі “менінгіт”, але залишає дуже малу ймовірність для пухлини мозку.

$$m_1(M) = 0.99, \quad m_1(T) = 0.01, \quad m_1(C) = 0.00$$

Свідчення від Лікаря 2: Лікар 2 майже впевнений у діагнозі “струс мозку”, але також залишає таку ж малу ймовірність для пухлини мозку.

$$m_2(C) = 0.99, \quad m_2(T) = 0.01, \quad m_2(M) = 0.00$$

Обидва експерти вважають пухлину мозку вкрай малоїмовірною, але їхні основні діагнози (менінгіт та струс мозку) є взаємовиключними і перебувають у прямому конфлікті.

Обчислюємо масу конфлікту. Конфлікт виникає з комбінацій взаємовиключних гіпотез:

$$K = m_1(M) \cdot m_2(C) + m_1(M) \cdot m_2(T) + m_1(T) \cdot m_2(C) = \\ 0.99 \cdot 0.99 + 0.99 \cdot 0.01 + 0.01 \cdot 0.99 = 0.9999.$$

Єдина гіпотеза, щодо якої немає прямого конфлікту - це пухлина мозку T . Маса, що підтримує T , обчислюється як:

$$m_1(T) \cdot m_2(T) = 0.01 \cdot 0.01 = 0.0001.$$

Застосовуючи нормування:

$$m_{12}(T) = \frac{0.0001}{1-0.9999} = \frac{0.0001}{0.0001} = 1.$$

Результат за ТДШ: Остаточний діагноз “пухлина мозку” з абсолютною впевненістю ($m(T) = 1$), хоча обидва експерти вважали цей стан вкрай малоїмовірним. Парадокс демонструє, як правило Демпстера може призвести до диктаторського результату, де незначна згода, що залишилася після відкидання переважної маси конфлікту, штучно посилюється до повної впевненості.

Тепер застосуємо аксіоматичну теорію можливостей до тієї ж задачі. Спочатку перетворимо функції маси у розподіли можливостей, визначаючи можливість елементарного стану як його міру правдоподібності.

Для Лікаря 1:

$$\pi_1(M) = 0.99, \quad \pi_1(C) = 0.00, \quad \pi_1(T) = 0.01$$

Для Лікаря 2:

$$\pi_2(M) = 0.00, \quad \pi_2(C) = 0.99, \quad \pi_2(T) = 0.01$$

Замість механічного об'єднання свідчень використовуємо двоїсті міри для аналізу кожної гіпотези на основі кожного джерела окремо.

Оцінка гіпотези T (Пухлина мозку):

Від обох лікарів можливість $P(T) = 0.01$, необхідність $N(T) = 0.01$.

Оцінка гіпотези M (Менінгіт):

- від Лікаря 1: $P_1(M) = 0.99$, $N_1(M) = 0.99$;

- від Лікаря 2: $P_2(M) = 0.00$, $N_2(M) = 0.00$.

Оцінка гіпотези C (Струс мозку):

- від Лікаря 1: $P_1(C) = 0.00$, $N_1(C) = 0.00$;

- від Лікаря 2: $P_2(C) = 0.99$, $N_2(C) = 0.99$.

Таблиця 1

Порівняння результатів

Гіпотеза-діагноз	Демпстер-Шафер	Можливість (J1)	Необхідність (J1)	Можливість (J2)	Необхідність (J2)
М (Менінгіт)	0	0.99	0.99	0.00	0.00
С (Струс)	0	0.00	0.00	0.99	0.99
Т (Пухлина)	1.00	0.01	0.01	0.01	0.01

Аксіоматична теорія можливості не генерує єдиної, помилково впевненої відповіді. Натомість вона точно моделює реальність ситуації.

Щодо пухлини мозку: обидва джерела сходяться на думці, що цей діагноз є лише мінімально можливим ($P = 0.01$) та мінімально необхідним ($N = 0.01$). Немає жодних вагомих доказів на користь Т.

Щодо менінгіту та струсу мозку: існує глибокий, непримиренний конфлікт. Лікар 1 вважає менінгіт майже абсолютно необхідним, тоді як Лікар 2 вважає його неможливим.

Дзеркальна ситуація спостерігається для струсу мозку.

Теорія можливості саме “вирішує” конфлікт, а саме показує, що необхідно провести додаткові дослідження. Правильний висновок - це не “у пацієнта пухлина”, а “експерти мають кардинально протилежні думки щодо основних діагнозів, і обидва вважають пухлину мало-ймовірною; потрібна додаткова інформація”.

Наукова новизна представленої технології полягає у доведенні того, що теорія можливостей є не просто ще однією математичною абстракцією, а значно кращою описовою моделлю інтуїтивного людського мислення, ніж класична теорія ймовірностей або теорія нейронних мереж. Дослідження нобелівських лауреатів Даніеля Канемана та Амоса Тверські показали, що люди покладаються на евристики, які систематично порушують аксіоми теорії ймовірностей [1-10].

Наприклад, “помилка кон’юнкції” (проблема Лінди), коли люди оцінюють твердження “Лінда - касир у банку та активна феміністка” як більш імовірне, ніж “Лінда - касир у банку”, є логічною хибю з точки зору ймовірності, оскільки $P(A \cap B) \leq P(A)$. Однак з точки зору можливої логіки - це є раціональним висновком: люди оцінюють не ймовірність, а ступінь відповідності (репрезентативності) опису певному стереотипу, що є центральним для теорії нечітких множин.

Теорія перспектив Канемана і Тверські, зокрема її нелінійна функція зважування ймовірностей, додатково підтверджує цей висновок. Люди не сприймають ймовірність лінійно. Вони значно переоцінюють малі ймовірності (перехід від неможливості до можливості - “ефект можливості”) та впевненість (перехід від імовірності до достовірності - “ефект визначеності”), водночас недооцінюючи зміни в середині шкали. Це категоріальне мислення - неможливо / можливо / ймовірно / точно - ідеально формалізується апаратом теорії можливостей з її розрізненням між неможливим ($P = 0$), можливим ($P > 0$), не необхідним ($N < 1$) та необхідним ($N = 1$).

Наслідки для проєктування систем III

Підходи двох теорій до обробки суперечливих свідчень кардинально відрізняються. Підхід ТДШ розглядає конфлікт як числове значення (K), яке необхідно усунути шляхом нормування. Він трактується як виправна аномалія в даних. Основне припущення полягає в тому, що єдиний істинний стан речей можна знайти, посилюючи консенсус.

Підхід теорії можливості представляє конфлікт розбіжністю в мірах можливості та необхідності від різних джерел. Наприклад, наявність $N_1(A) = 0.99$ та $P_2(A) = 0$ є прямим представленням логічного протиріччя. Теорія не змушує до розв’язання, а зберігає цей стан суперечності для інтерпретації на вищому рівні. Цей підхід подібний до параконсистентної логіки, яка дозволяє співіснувати суперечливим переконанням.

ТДШ у розглянутому випадку діє як хибна система прийняття рішень, надаючи небезпечно впевнену відповідь. Натомість аксіоматичний підхід діє як справжня система підтримки прийняття рішень. Він надає чіткий, структурований звіт особі, що приймає рішення (наприклад, старшому лікарю), завданням якої тепер є дослідити джерело конфлікту - призначити нові аналізи, залучити третього експерта або перевірити обладнання.

Практичні рекомендації

На основі проведеного аналізу можна сформулювати конкретні рекомендації для розробників систем штучного інтелекту. По-перше, пріоритет прозорості над визначеністю: для критично важливих доменів системи повинні надавати перевагу прозорому представленню невизначеності та конфлікту над примусовим генеруванням єдиної відповіді. Висновок “виявлено високий конфлікт” є більш цінним і безпечним, ніж неправильна, але впевнена відповідь.

По-друге, використання двоїстих фреймворків: експертні системи повинні використовувати двоїсті фреймворки, такі як аксіоматика Бичкова, щоб надавати користувачам більш повне розуміння свідчень, виражене у вигляді інтервалів $[N(A), P(A)]$, а не єдиних значень ймовірності.

По-третє, конфлікт як діагностичний інструмент: міра конфлікту K з ТДШ не повинна використовуватися для нормування. Натомість її слід розглядати як життєво важливий вихідний показник, що сигналізує користувачеві про потенційне пошкодження даних, розбіжність між експертами або помилку в самій моделі.

Перспективи застосування

Практичне значення роботи виходить за межі вирішення парадоксу Заде. Введення математичного апарату для моделювання незнання та нечіткості дозволяє перейти від ІІІ, що аналізує статичні дані, до ІІІ, що розуміє, прогнозує та керує динамічними процесами в нечіткому, реальному світі. Використання теорії можливості відкриває нові можливості для більш адекватного моделювання систем, де поведінка агентів та параметри моделі є нечіткими та важко формалізованими. Це стосується економічного прогнозування, моделювання соціальної динаміки та епідеміології. Це дозволяє отримати не точковий прогноз, а “коридор можливих траєкторій” розвитку процесу, що є більш реалістичним та корисним для прийняття рішень.

Оскільки теорія можливостей концептуально ближча до людської інтуїції та якісного мислення, системи, побудовані на її основі, можуть генерувати пояснення своїх рішень, які є більш зрозумілими для людей. Замість висновку “ймовірність раку становить 0.73”, система може надати якісне пояснення: “Діагноз ‘рак’ є дуже можливим, оскільки відповідає даним зі знімка, але він не є необхідним, оскільки результати аналізу крові не є остаточними”. Такий тип пояснення є більш природним для людського сприйняття і підвищує довіру до системи.

Порівняння з результатами інших авторів

У сучасній літературі дедалі виразніше формується тенденція розглядати теорію можливості як повноцінний апарат для опису епістемічної невизначеності, що займає проміжне положення між логічними та ймовірнісними моделями. Узагальнюючий огляд Дюбуа показує, що можливісний підхід природно працює з браком знань, допускаючи як якісні, так і кількісні інтерпретації, а можливісні міри виступають інструментом, спеціально налаштованим саме на невизначеність через незнання, а не через випадковість [11]. У цьому контексті двомірне подання знання у вигляді пари $(Nes(A), Pos(A))$, яке лежить в основі теорії можливості Бичкова, є логічним продовженням загальної тенденції: воно робить явною різницю між мінімально гарантованою впевненістю та максимально можливою підтримкою події.

Оглядові та редакційні статті останніх років з теорій невизначеності вказують, що можливісні моделі розглядаються сьогодні як один із «великих гравців» нарівні з ймовірністю, теорією доказів та нечіткими множинами. Так, у спеціальному випуску журналу *Entropy* «Advances in Uncertain Information Fusion» можливісна теорія згадується як окрема, повноцінна рамка для ф'южну інформації, яка дозволяє будувати альтернативні, немонотонні схеми логічного висновування й тісно пов'язана з інформаційними мірами [12]. Ці результати добре узгоджуються з підходом Бичкова, де можливість і необхідність мають чітко аксіоматизовану природу і використовуються не як допоміжні величини, а як базові носії знання.

Важливим напрямом сучасних досліджень є побудова мостів між теорією доказів і теорією можливості. У роботі Zhou, Deng, Yager (2024) запропоновано метод CD-BFT, який виконує канонічну декомпозицію функцій віри та перетворює їх у можливісні розподіли, що дозволяє проводити ф'южн у можливісному просторі з подальшою інтерпретацією в термінах теорії доказів [13]. Подібні ідеї з'являються і в ширших оглядах невизначеності, де можливість розглядається як природне середовище для опису нечітких, інтервальних та інтелектуальних оцінок, на відміну від чисто частотної інтерпретації ймовірності [14]. З цієї точки зору (P, N) -модель теорії можливості, що оперує парою мір Pos та Nes як первинними об'єктами, є більш радикальним і послідовним втіленням тенденції «переходу в можливісний простір», ніж більшість трансформаційних підходів.

Нові роботи з теорії доказів також підкреслюють потребу у специфічних мірах для оцінки конфлікту та невизначеності, які виходили б за межі класичних ентропій. Наприклад, Chen (2023) вводить нову ентропійну міру віри для аналізу програмного ризику, прямо вказуючи на зв'язок між можливісними моделями та статистичним міркуванням при роботі з епістемічною невизначеністю [15]. У роботах із керування конфліктом у теорії доказів, де пропонуються експоненціальні або ентропійні схеми переважування, підкреслюється, що комбінативні правила, натхненні теорією нечітких множин і можливістю, є гнучкішими за класичне правило Демпстера [16, 17]. Це непрямом підтверджує перевагу максимативної логіки, яка є ядром можливісного підходу, і на якій ще раніше побудована аксіоматика Бичкова.

Суттєвою рисою сучасних досліджень є також активне застосування можливісних моделей у задачах надійності, оптимізації та аналізу ризику. Huang та співавтори (2025) пропонують уніфіковану схему аналізу надійності, де теорія можливості й теорія доказів використовуються разом для розділення різних типів невизначеності (варіабельності, незнання, моделювальної помилки тощо) і для побудови узгоджених критеріїв проектування складних інженерних систем [14]. У таких роботах можливісні міри показують свою перевагу саме там, де потрібно працювати з епістемічною невизначеністю та інтервальними оцінками параметрів, тоді як теорія доказів краще відповідає за інтеграцію множинних джерел свідчень. Це логічно узгоджується з баченням авторів, у якому можливісний опис покликаний саме відобразити епістемічний компонент невизначеності, а не підміняти його статистичним шумом.

На цьому тлі теорія можливості виділяється тим, що поєднує аксіоматичну строгість із застосуванням до динамічних систем.

Таким чином, якщо більшість сучасних робіт 2021–2024 років або розглядають можливісну теорію як один з елементів загальної «екосистеми» теорій невизначеності, або будують алгоритми перетворення між доказовими та можливісними моделями [11–17], запропонований підхід йде далі: він робить можливість і необхідність первинними об'єктами, на яких будуються як статичні, так і динамічні властивості системи. Перевага цієї теорії полягає в тому, що вона одночасно дає інтервальний опис знання, природно працює з епістемічною невизначеністю, інтегрується з теорією функціональної стійкості та вже має сучасні прикладні реалізації у задачах сенсорних мереж і керування складними системами [18–20]. Це робить можливісний підхід Бичкова не лише логічно привабливим, а й практично орієнтованим продовженням поточних світових тенденцій у дослідженнях невизначеності.

Висновки

Робота продемонструвала, що парадокс Заде є не випадковою аномалією, а критичним провалом механізму розв'язання конфліктів у теорії Демпстера-Шафера. Спроба усунути конфлікт шляхом нормування призводить до нелогічних та потенційно небезпечних висновків, особливо в умовах, де свідчення сильно суперечать одне одному.

Як надійну альтернативу було представлено аксіоматичну теорію можливості, що використовує двоїсті міри можливості та необхідності. Цей підхід виявився кращим не тому, що він дає “правильну” відповідь, а тому, що він надає більш чесне та повне представлення невизначеного та суперечливого стану знань. Замість того, щоб приховувати конфлікт, він виводить його на передній план, дозволяючи системі повідомити про фундаментальну неоднозначність ситуації.

Головні результати роботи полягають у наступному. Запропоновано підхід до моделювання невизначеності для систем ІІІ, що поєднує теорію Демпстера-Шафера з теорією можливості, забезпечуючи узгоджене представлення епістемічної невизначеності через інтервали довіри та міри можливості/необхідності. Розроблено модифікований підхід до комбінування свідчень для висококонфліктних сценаріїв. Запропоновано критерій узгодженості джерел і механізм адаптивного зважування джерел у процесі експертного оцінювання.

Список літератури

1. Kahneman D., Tversky A. *Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk* // *Econometrica*, 1979. – Vol. 47, №2. – P. 263-291.
2. Zadeh L.A. *Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility* // *Fuzzy Sets and Systems*, 1978. – Vol. 1. – P. 3-28.
3. Shafer G. *A Mathematical Theory of Evidence*. – Princeton University Press, 1976. – 297 p.
4. Бичков О.С. *Математичні моделі, методи та алгоритми теоретичної та прикладної інформатики. Монографія* / Ю.А. Белов, О.С. Бичков. – Харків: АНТО ТОВ «КНХ», 2009. – 303 с.

5. Bychkov A.S. *Modelling and studying fuzzy dynamical systems* // *Journal of Mathematical Sciences*, Springer New York, 2009. – Vol. 157, N 3. – P. 466-479.
6. Bychkov A.S., Ivanov E.V. *Posibilistic Modeling of Dynamic Uncertain Processes* // *Nonlinear dynamics and systems theory*, 2013. – Vol. 13, №3. – P. 229-241.
7. Бичков О.С. *До теорії можливостей та її застосування* // *Доповіді НАН України*, 2007. – №5. – С. 7-12.
8. Бичков О.С. *Побудова (PN)-моделі теорії можливостей* // *Вісник Київського університету, Сер.: фіз.-мат. науки*, 2007. – №1. – С. 134-138.
9. Бичков О.С. *Про погоджене продовження міри можливості та необхідності* // *Доповіді НАН України*, 2009. – №6. – С. 7-13.
10. Бичков О.С. *Застосування мір можливості та необхідності для побудови узагальненої моделі опису нечітких процесів та подій* // *Системи озброєння та військова техніка*, 2017. – № 4(52). – С. 145-150.
11. Dubois D. *Reasoning and learning in the setting of possibility theory* // *Int. J. Approximate Reasoning*, 2024.
12. Jiao L. *Advances in Uncertain Information Fusion* // *Entropy*, 2024. – Vol. 26(11). – 945.
13. Zhou Q., Deng Y., Yager R.R. *CD-BFT: Canonical decomposition-based belief functions transformation in possibility theory* // *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2024. – Vol. 54. – P. 611-623.
14. Huang H.-Z. et al. *Theory and application of possibility and evidence in reliability analysis and design optimization* // *Journal of Reliability Science and Engineering*, 2025. – Vol. 1. – 015007.
15. Chen X. *A new belief entropy and its application in software risk assessment* // *International Journal of Computers Communications & Control*, 2023.
16. Zhang X., Xiao F. *Conflict management of evidence theory based on belief entropy and negation* // *ResearchGate*, 2020.
17. Jiao L. et al. *Conflict management in information fusion with belief functions* // *Semantic Scholar*, 2021.
18. Bychkov A., Merkuriev A. *Stability of fuzzy differential equations and possibility theory* // *Proc. KDS-2007, foibg.com*, 2007.
19. Mashkov O., Bychkov A., Kalahnik G., Shevchenko V., Vyshemyrska S. *Application of the Theory of Functional Stability in the Problems of Covering Territories by Sensory Networks* // *Lecture Notes in Data Engineering, Computational Intelligence, and Decision Making, ISDMCI 2022, LNDECT 149, Springer*, 2023. – P. 266-285.
20. Kravets P. et al. *Adaptive Decision-Making Strategies in the Game with Environment* // *Lecture Notes in Data Engineering, Computational Intelligence, and Decision Making, ISDMCI 2022, LNDECT 149, Springer*, 2023. – P. 286-301.

O. Bychkov, S. Ishcheriakov, H. Lynvynchuk, V. Antonov

SOLVING THE ZADE PARADOX: AXIOMATIC POSSIBILITY THEORY AS THE FOUNDATION OF RELIABLE ARTIFICIAL INTELLIGENCE

The paper builds a mathematically consistent model for describing uncertainty, which replaces the traditional one-dimensional approach to evaluating events with a dual system of measures - the measure of possibility and the measure of necessity. It is shown that the Zadeh paradox is not a random anomaly, but a critical failure of the conflict resolution mechanism in the Dempster-Shafer theory.

An axiomatic theory of possibility, using dual measures of possibility and necessity, has been presented as a plausible alternative. This approach provides a more honest and complete representation of the uncertain and contradictory state of knowledge. Instead of hiding the conflict, it brings it to the forefront, allowing the system to communicate the fundamental ambiguity of the situation.

An approach to modeling uncertainty for artificial intelligence systems is proposed that combines Dempster-Shafer theory with possibility theory, providing a consistent representation of epistemic uncertainty through confidence intervals and possibility/necessity measures. A modified approach to combining evidence for high-conflict scenarios is developed. A criterion for source consistency and a mechanism for adaptive source weighting in the expert assessment process are proposed.

Keywords: possibility theory; artificial intelligence; reliability; mathematical modeling; uncertainty.